

حل أوراق عمل الدرس الثاني الصور القطبية و الديكارتية للمعادلات من الوحدة التاسعة



تم تحميل هذا الملف من موقع المناهج الإماراتية

موقع المناهج ← المناهج الإماراتية ← الصف الثاني عشر العام ← رياضيات ← الفصل الثالث ← ملفات متنوعة ← الملف

تاريخ إضافة الملف على موقع المناهج: 2025-04-25 19:48:47

ملفات اكتب للمعلم اكتب للطالب | اختبارات الكترونية | اختبارات | حلول | عروض بوربوينت | أوراق عمل
منهج انجليزي | ملخصات وتقارير | مذكرات وبنوك | الامتحان النهائي | للمدرس

المزيد من مادة
رياضيات:

إعداد: مصطفى أسامة علام

التواصل الاجتماعي بحسب الصف الثاني عشر العام



صفحة المناهج
الإماراتية على
فيسبوك

الرياضيات

اللغة الانجليزية

اللغة العربية

التربية الاسلامية

المواد على تلغرام

المزيد من الملفات بحسب الصف الثاني عشر العام والمادة رياضيات في الفصل الثالث

حل أوراق عمل الدرس الأول الإحداثيات القطبية من الوحدة التاسعة

1

حل أوراق عمل مراجعة الوحدة 11 التفاضل والتكامل

2

أوراق عمل مراجعة الوحدة 11 التفاضل والتكامل بدون حل

3

حل أوراق عمل مراجعة الوحدة العاشرة الإحصاء والاحتمالات

4

أوراق عمل مراجعة الوحدة العاشرة الإحصاء والاحتمالات بدون حل

5

9-2 الصور القطبية والديكارتية للمعادلات

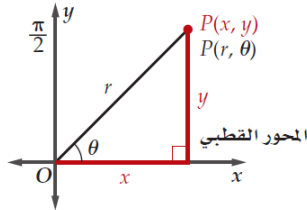
ورقة عمل الثاني عشر العام

1- التحويل بين الإحداثيات القطبية والديكارتية. 2- تحويل المعادلات من الصورة القطبية إلى الصورة الديكارتية والعكس.

في هذا الدرس سوف نتعلم:

تحويل الإحداثيات القطبية إلى الإحداثيات الديكارتية

مفهوم أساسي

إذا كان للنقطة P الإحداثيات القطبية (r, θ) ، فإن الإحداثيات الديكارتية (x, y) للنقطة P هي:

$$x = r \cos \theta \quad , \quad y = r \sin \theta$$

$$\text{أي أن } (x, y) = (r \cos \theta, r \sin \theta)$$

تحويل الإحداثيات القطبية إلى الإحداثيات الديكارتية

حوّل الإحداثيات القطبية إلى إحداثيات ديكارتية، لكل نقطة مما يأتي:

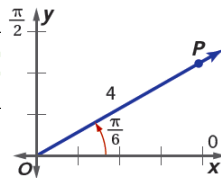
$$P\left(4, \frac{\pi}{6}\right)$$

$$x = r \cos \theta \quad | \quad y = r \sin \theta$$

$$= 4 \cos\left(\frac{\pi}{6}\right) \quad | \quad = 4 \sin\left(\frac{\pi}{6}\right)$$

$$= 2\sqrt{3} \quad | \quad = 2$$

$$\approx 3.46$$



$$P(3.46, 2)$$

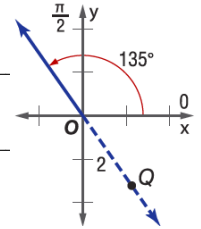
$$Q(-2, 135^\circ)$$

$$x = r \cos \theta \quad | \quad y = r \sin \theta$$

$$= -2 \cos 135^\circ \quad | \quad = -2 \sin 135^\circ$$

$$= \sqrt{2} \quad | \quad = -\sqrt{2}$$

$$\approx 1.4 \quad | \quad \approx -1.4$$



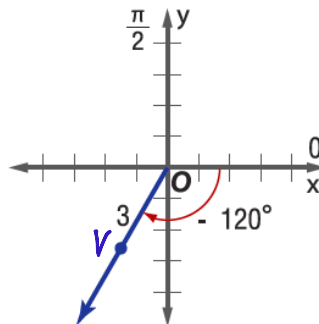
$$Q(1.4, -1.4)$$

$$V(3, -120^\circ)$$

$$x = r \cos \theta \quad | \quad y = r \sin \theta$$

$$= 3 \cos(-120^\circ) \quad | \quad = 3 \sin(-120^\circ)$$

$$= -1.5 \quad | \quad = -\frac{3\sqrt{3}}{2} \approx -2.6$$



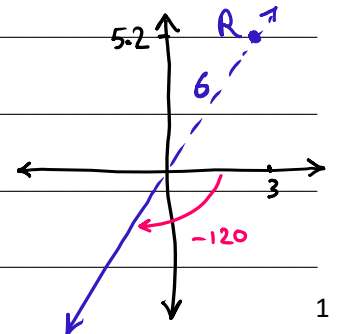
$$V(-1.5, -2.6)$$

$$R(-6, -120^\circ)$$

$$x = r \cos \theta \quad | \quad y = r \sin \theta$$

$$= -6 \cos(-120^\circ) \quad | \quad = -6 \sin(-120^\circ)$$

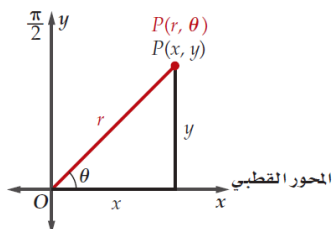
$$= 3 \quad | \quad = 3\sqrt{3} \approx 5.2$$



$$R(3, 5.2)$$

تحويل الإحداثيات الديكارتية إلى الإحداثيات القطبية

مفهوم أساسي



إذا كان للنقطة P الإحداثيات الديكارتية (x, y) ، فإن الإحداثيات القطبية للنقطة P هي (r, θ) حيث:

$$x > 0 \text{ عندما } \theta = \tan^{-1} \frac{y}{x}, \quad r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

وعندما $x < 0$ فإن:

$$\theta = \tan^{-1} \frac{y}{x} + \pi$$

$$\text{أو } \theta = \tan^{-1} \frac{y}{x} + 180^\circ$$

وعندما $x = 0$ فإن: $\theta = \frac{\pi}{2}$ إذا كانت $y > 0$

أو $\theta = -\frac{\pi}{2}$ إذا كانت $y < 0$

تحويل الإحداثيات الديكارتية إلى الإحداثيات القطبية

أوجد زوجين مختلفين كل منهما يمثل إحداثيين قطبيين لكل نقطة معطاة بالإحداثيات الديكارتية في كل مما يأتي:

$$S(1, -\sqrt{3})$$

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$= \sqrt{1^2 + (-\sqrt{3})^2}$$

$$= 2$$

النقطة في الربع 4

$$\tan \theta' = \left| \frac{y}{x} \right|$$

$$\theta = 360 - 60 = 300^\circ$$

$$\tan \theta' = \sqrt{3}$$

$$\theta = 300 - 360 = -60^\circ$$

$$\theta' = \tan^{-1} \sqrt{3}$$

$$S(2, 300^\circ) \text{ أو } S(2, -60^\circ)$$

$$\theta' = 60^\circ$$

$$S(2, -60^\circ) \text{ أو } S(-2, 120^\circ), S(-2, -240^\circ)$$

$$T(-3, 6)$$

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$= \sqrt{(-3)^2 + 6^2}$$

$$= 3\sqrt{5} \approx 6.71$$

النقطة في الربع 2

$$\theta = 180 - 63.4^\circ = 116.6^\circ$$

$$\theta = 116.6 - 360 = -243.4^\circ$$

$$\tan \theta' = \left| \frac{y}{x} \right|$$

$$\tan \theta' = \left| \frac{6}{-3} \right| = 2$$

$$T(6.71, 116.6^\circ) \text{ أو } T(6.71, -243.4^\circ)$$

$$\theta' = \tan^{-1} 2$$

$$T(6.71, -243.4^\circ)$$

$$\theta' = 63.4^\circ$$

$$T(-6.71, 296.6^\circ) \text{ أو } T(-6.71, -63.4^\circ)$$

$$V(8, 10)$$

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$= \sqrt{8^2 + 10^2}$$

$$= 12.81$$

النقطة في الربع 1

$$\theta = 51.3^\circ$$

$$V(12.81, 51.3^\circ) \text{ أو } V(12.81, -308.7^\circ)$$

$$\tan \theta' = \left| \frac{10}{8} \right|$$

$$V(12.81, -308.7^\circ) \text{ أو } V(-12.81, 231.3^\circ)$$

$$\theta' = \tan^{-1} \left(\frac{10}{8} \right)$$

$$V(-12.81, 231.3^\circ) \text{ أو } V(-12.81, -128.7^\circ)$$

$$\theta' = 51.3^\circ$$

$$V(-12.81, -128.7^\circ)$$

$$W(-9, -4)$$

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$= \sqrt{(-9)^2 + (-4)^2}$$

$$= 9.85$$

النقطة في الربع 3

$$\theta = 180 + 24 = 204^\circ$$

$$W(9.85, 204^\circ) \text{ أو } W(9.85, -156^\circ)$$

$$\tan \theta' = \left| \frac{-4}{-9} \right|$$

$$W(9.85, -156^\circ) \text{ أو } W(-9.85, 24^\circ)$$

$$\theta' = \tan^{-1} \left(\frac{4}{9} \right)$$

$$W(-9.85, 24^\circ) \text{ أو } W(-9.85, -336^\circ)$$

$$\theta' = 24^\circ$$

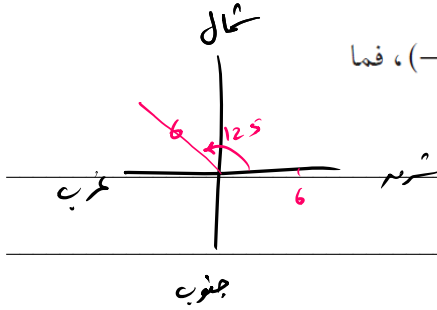
$$W(-9.85, -336^\circ)$$

من واقع الحياة: التحويل بين الإحداثيات

صيد الأسماك: يُستعمل جهاز رصد مثبت في قارب صيد؛ لتحديد موقع وجود الأسماك تحت الماء. افترض أن قاربًا يتجه إلى الشرق، وأن جهاز الرصد قد رصد سربًا من الأسماك عند النقطة $(6, 125^\circ)$.

(A) ما الإحداثيات الديكارتية لموقع سرب الأسماك؟

(B) إذا كان موقع سرب الأسماك قد رُصد سابقًا عند النقطة التي إحداثياتها الديكارتية $(-2, 6)$ ، فما الإحداثيات القطبية لموقع السرب؟



$$x = r \cos \theta \Rightarrow x = 6 \cos 125 = -3.44$$

$$y = r \sin \theta \Rightarrow y = 6 \sin 125 = 4.91$$

الإحداثيات الديكارتية لموقع سرب الأسماك $(-3.44, 4.91)$

$$r = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{(-2)^2 + 6^2} = \boxed{6.32}$$

$$\tan \theta' = \left| \frac{y}{x} \right| = 3$$

$$\theta' = \tan^{-1} 3$$

$$\theta' = 71.57^\circ$$

النقطة في الربع 2

$$\Rightarrow \theta = 180 - 71.57 = 108.43^\circ$$

$$(6.32, 108.43^\circ)$$

مع أخذ الإحداثيات القطبية \leftarrow

إن عملية تحويل المعادلة من الصورة الديكارتية إلى الصورة القطبية عملية مباشرة؛ إذ نعوض عن x بـ $r \cos \theta$ وعن y بـ $r \sin \theta$ ، ثم نبسط المعادلة الناتجة باستعمال الطرق الجبرية والمتطابقات المثلثية.

تحويل المعادلات الديكارتية إلى المعادلات القطبية

اكتب كل معادلة مما يأتي على الصورة القطبية:

$$(x - 4)^2 + y^2 = 16$$

$$(r \cos \theta - 4)^2 + (r \sin \theta)^2 = 16$$

$$r^2 \cos^2 \theta - 8r \cos \theta + 16 + r^2 \sin^2 \theta = 16$$

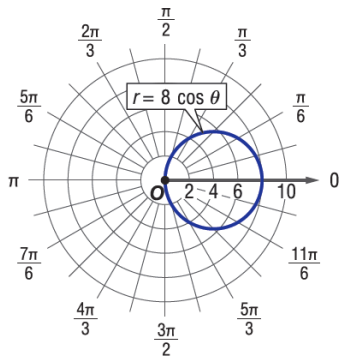
$$r^2 \cos^2 \theta + r^2 \sin^2 \theta - 8r \cos \theta = 16 - 16$$

$$r^2 (\cos^2 \theta + \sin^2 \theta) - 8r \cos \theta = 0$$

$$r^2 (1) - 8r \cos \theta = 0 \quad \div r$$

$$r - 8 \cos \theta = 0$$

$$\Rightarrow r = 8 \cos \theta$$



الرسم / قطع مكاني
مركزه (4, 0) فوقه
لأعلى
دائرة نصف قطرها 4
مركزها (4, 0)

$$y = x^2$$

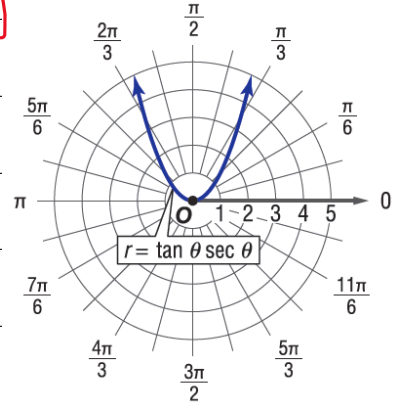
$$r \sin \theta = (r \cos \theta)^2$$

$$r \sin \theta = r^2 \cos^2 \theta \quad \div r$$

$$\sin \theta = r \cos^2 \theta$$

$$\Rightarrow r = \frac{\sin \theta}{\cos^2 \theta}$$

$$\Rightarrow r = \tan \theta \sec \theta$$



$$x^2 - y^2 = 1$$

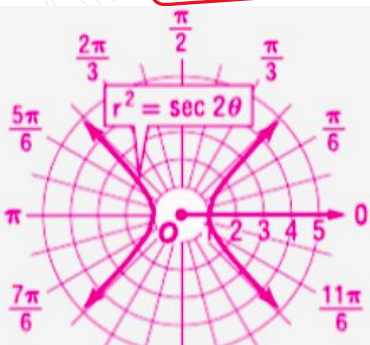
$$(r \cos \theta)^2 - (r \sin \theta)^2 = 1$$

$$r^2 \cos^2 \theta - r^2 \sin^2 \theta = 1$$

$$r^2 (\cos^2 \theta - \sin^2 \theta) = 1$$

$$r^2 \cos 2\theta = 1 \Rightarrow r^2 = \frac{1}{\cos 2\theta}$$

$$\Rightarrow r^2 = \sec 2\theta$$



قطع زائد أفقي
مركزه (0, 0)
 $a = 1$
 $b = 1$

$$x^2 + (y - 3)^2 = 9$$

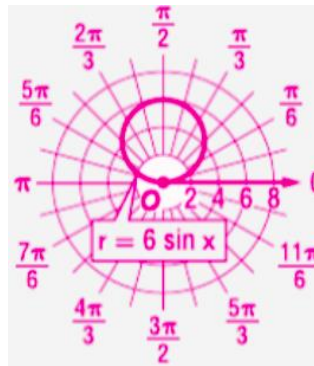
$$(r \cos \theta)^2 + (r \sin \theta - 3)^2 = 9$$

$$r^2 \cos^2 \theta + r^2 \sin^2 \theta - 6r \sin \theta + 9 = 9$$

$$r^2 (\cos^2 \theta + \sin^2 \theta) - 6r \sin \theta = 9 - 9$$

$$r^2 (1) - 6r \sin \theta = 0 \quad \div r$$

$$r - 6 \sin \theta = 0 \Rightarrow r = 6 \sin \theta$$



دائرة مركزها (0, 3)
ونصف قطرها 3

عملية تحويل المعادلة القطبية إلى معادلة ديكارتية ليست مباشرة مثل عملية التحويل من المعادلة الديكارتية إلى المعادلة القطبية، ففي التحويل الثاني تلزمنا جميع العلاقات الآتية:

$$r^2 = x^2 + y^2, \tan \theta = \frac{y}{x}, x = r \cos \theta, y = r \sin \theta$$

تحويل المعادلات القطبية إلى المعادلات الديكارتية

اكتب كل معادلة قطبية مما يأتي على الصورة الديكارتية:

$$\theta = \frac{\pi}{6}$$

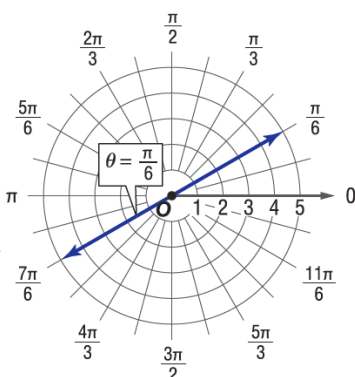
$$\tan \theta = \frac{y}{x}$$

$$\tan \frac{\pi}{6} = \frac{y}{x}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{y}{x}$$

$$\Rightarrow y = \frac{\sqrt{3}}{3} x$$

مستقيم يمر بنقطة الأصل وميله $\frac{\sqrt{3}}{3}$



$$r = 7$$

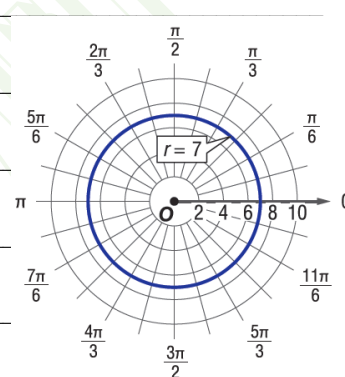
$$x^2 + y^2 = r^2$$

$$x^2 + y^2 = 7^2$$

$$x^2 + y^2 = 49$$

دائرة مركزها نقطة الأصل

ونصف قطرها 7



$$r = -5 \sin \theta$$

$$r^2 = -5 r \sin \theta$$

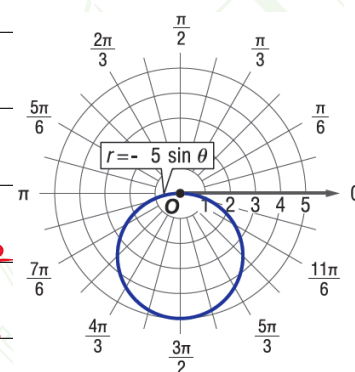
$$x^2 + y^2 = -5 y$$

$$x^2 + y^2 + 5 y = 0$$

$$x^2 + y^2 + 5 y + \left(\frac{5}{2}\right)^2 = \left(\frac{5}{2}\right)^2$$

$$x^2 + \left(y + \frac{5}{2}\right)^2 = \frac{25}{4}$$

دائرة مركزها $(0, -\frac{5}{2})$ و $r = \frac{5}{2}$



$$r = 3 \cos \theta$$

$$r^2 = 3 r \cos \theta$$

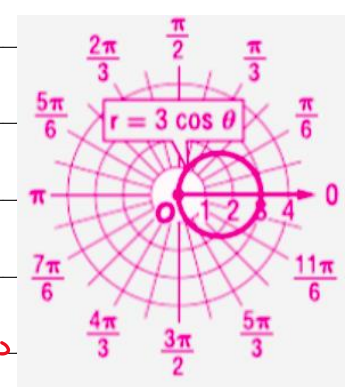
$$x^2 + y^2 = 3 x$$

$$x^2 - 3 x + y^2 = 0$$

$$x^2 - 3 x + \left(\frac{3}{2}\right)^2 + y^2 = \left(\frac{3}{2}\right)^2$$

$$\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 + y^2 = \frac{9}{4}$$

دائرة مركزها $(\frac{3}{2}, 0)$ و $r = \frac{3}{2}$



$$\theta = \frac{\pi}{3}$$

$$\tan \theta = \frac{y}{x}$$

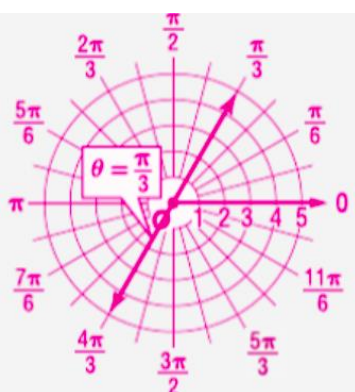
$$\tan \frac{\pi}{3} = \frac{y}{x}$$

$$\sqrt{3} = \frac{y}{x}$$

$$\Rightarrow y = \sqrt{3} x$$

مستقيم يمر بنقطة الأصل

وميله $\sqrt{3}$



$$r = -3$$

$$x^2 + y^2 = r^2$$

$$x^2 + y^2 = (-3)^2$$

$$x^2 + y^2 = 9$$

دائرة مركزها نقطة الأصل

ونصف قطرها 3

