

ملزمة الوحدة السابعة طرائق التكامل وفق الهيكل الوزاري



تم تحميل هذا الملف من موقع المناهج الإماراتية

موقع المناهج ← المناهج الإماراتية ← الصف الثاني عشر العام ← رياضيات ← الفصل الثالث ← ملفات متنوعة ← الملف

تاريخ إضافة الملف على موقع المناهج: 18:03:23 2025-05-19

ملفات اكتب للمعلم اكتب للطالب | اختبارات الكترونية | اختبارات | حلول | عروض بوربوينت | أوراق عمل
منهج انجليزي | ملخصات وتقارير | مذكرات وبنوك | الامتحان النهائي | للمدرس

المزيد من مادة
رياضيات:

إعداد: ماجدة علي

التواصل الاجتماعي بحسب الصف الثاني عشر العام



صفحة المناهج
الإماراتية على
فيسبوك

الرياضيات

اللغة الانجليزية

اللغة العربية

التربية الاسلامية

المواد على تلغرام

المزيد من الملفات بحسب الصف الثاني عشر العام والمادة رياضيات في الفصل الثالث

تجميعية أسئلة شاملة وفق الهيكل الوزاري

1

تجميعية أسئلة نهائية وفق الهيكل الوزاري بدون الحل

2

مراجعة الدرسين الأول والثاني إيجاد قيمة النهايات جبرياً وتقدير النهاية بيانياً اعتماداً على الاختبارات السابقة

3

حل مراجعة الدرس الخامس التوزيع الطبيعي من الوحدة العاشرة اعتماداً على الاختبارات السابقة

4

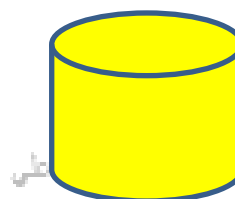
مراجعة الدرس الخامس التوزيع الطبيعي من الوحدة العاشرة اعتماداً على الاختبارات السابقة

5

ملزمة رياضيات الصف 12 م هيكل الوحدة السابعة
طرائق التكامل للعام 2024-2025



هذه
الأوراق
لا تغني
عن
كتاب
المدرسة



ماجدة علي خلف الله

<https://t.me/+QdwqR7x-8GExNmV>

لينك القناة علي تليجرام



دروس الوحدة السابعة المدرجة بالهيكل طرائق التكامل

الأسئلة الموضوعية

الأسئلة الموضوعية - MCQ

7	Compute integrals using direct computation and rules إيجاد تكاملات دوال متنوعة بصيغة مباشرة باستخدام الصيغ	Exercises (1-10)	P489
8	Compute integrals using direct computation and rules إيجاد تكاملات دوال متنوعة بصيغة مباشرة باستخدام الصيغ	Exercises (15-22)	P489
9	Compute integrals using completing a square حساب التكاملات باستخدام إكمال المربع	Exercises (10-22)	P489
10	Learn the notion of integration by parts التعرف على التكامل بطريقة التكامل بالأجزاء	Exercises (1-8)	P496
11	Integrate functions of the form $\sec^n(x) \cdot \tan^m(x)$ إيجاد تكاملات دوال بصيغة $\sec^n(x) \cdot \tan^m(x)$	Exercises (9-20)	P507
12	Integrate trigonometric functions using the substitution $x = a \cdot \tan(y)$ إيجاد تكاملات دوال مثلثية باستخدام التعويض $x = a \cdot \tan(y)$	Exercises (25-40)	P507
13	Learn differential equations of the form $y' = ky$ and their general solution تعلم المعادلات التفاضلية من النموذج $y' = ky$ والحل العام لها	Exercises (1-8)	P533
14	Find the general solution of separable differential equations of first order إيجاد الحل العام للمعادلات التفاضلية القابلة للفصل من الدرجة الأولى	Exercises (1-4)	P543 & P544
15	Find the general solution of separable differential equations of first order إيجاد الحل العام للمعادلات التفاضلية القابلة للفصل من الدرجة الأولى	Exercises (17-20)	P544

$$\int a \, dx = ax + c$$

$$\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + c, \, n \neq -1$$

$$\int x^{-1} dx = \int \frac{1}{x} dx = \ln|x| + c$$

$$\int \frac{f'(x)}{f(x)} dx = \ln|f(x)| + c$$

$$\int e^x \, dx = e^x + c$$

$$\int e^{-x} \, dx = e^{-x} + c$$

$$\int \sin x \, dx = -\cos x + c$$

$$\int \cos x \, dx = \sin x + c$$

$$\int \sec^2 x \, dx = \tan x + c$$

$$\int \sec x \tan x \, dx = \sec x + c$$

$$\int \csc^2 x \, dx = -\cot x + c$$

$$\int \csc x \cot x \, dx = -\csc x + c$$

$$\int \sin kx \, dx = -\frac{\cos kx}{k} + c$$

$$\int \frac{1}{1+x^2} \, dx = \tan^{-1} x + c$$

$$\int \frac{f'(x)}{a^2 + [f(x)]^2} \, dx = \frac{1}{a} \tan^{-1} \left(\frac{f(x)}{a} \right) + c$$

$$\int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} \, dx = \sin^{-1} x + c$$

$$\int \frac{f'(x)}{\sqrt{a^2 - [f(x)]^2}} \, dx = \sin^{-1} \left(\frac{f(x)}{a} \right) + c$$

$$\int \frac{1}{|x|\sqrt{x^2-1}} \, dx = \sec^{-1} x + c$$

$$\int \frac{f'(x)}{|f(x)|\sqrt{[f(x)]^2-a^2}} \, dx = \frac{1}{|a|} \sec^{-1} \left(\frac{f(x)}{a} \right) + c$$

$$\int \cos(ax + b) dx = \frac{1}{a} \sin(ax + b) + c$$

$$\int \sin(ax + b) dx = -\frac{1}{a} \cos(ax + b) + c$$

$$\int \sec(ax + b) \tan(ax + b) dx = \frac{1}{a} \sec(ax + b) + c$$

$$\int \csc(ax + b) \cot(ax + b) dx = -\frac{1}{a} \csc(ax + b) + c$$

$$\int e^{ax+b} dx = \frac{1}{a} e^{ax+b} + c$$

بعض المتطابقات الهامة

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1 \quad \sec^2 x - \tan^2 x = 1 \quad \csc^2 x - \cot^2 x = 1$$

$$\sin^2 x = 1 - \cos^2 x \quad \sec^2 x = \tan^2 x + 1 \quad \csc^2 x = \cot^2 x + 1$$

$$\cos^2 x = 1 - \sin^2 x \quad \tan^2 x = \sec^2 x - 1 \quad \cot^2 x = \csc^2 x - 1$$

متطابقة ضعف الزاوية

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

$$\sin 2x = 2 \sin x \cos x, \cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$$

$$\cos 2x = 2 \cos^2 x - 1 \longrightarrow \cos^2 x = \frac{1}{2} (1 + \cos 2x)$$

$$\cos 2x = 1 - 2 \sin^2 x \longrightarrow \sin^2 x = \frac{1}{2} (1 - \cos 2x)$$

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

7-1 مراجعة الصيغ وطرائق التكامل Review of Formulas and Techniques

7	Compute integrals using direct computation and rules إيجاد تكاملات دوال متنوعة بصيغة مباشرة باستخدام الصيغ	Exercises (1-10)	P489
---	---	------------------	------

تمارين الكتاب ص 489 رقم 1-10

Evaluate the integral.

أوجد كل من التكاملات التالية

1) $\int e^{ax} dx, a \neq 0$

a) $e^{ax} + c$

b) $\frac{1}{a} e^{ax} + c$

c) $\frac{-1}{a} e^{ax} + c$

d) $ae^{ax} + c$

2) $\int \cos(ax) dx, a \neq 0$

$\int \cos(ax + b) dx = \frac{1}{a} \sin(ax + b) + c$

a) $a \sin(ax) + c$

b) $-a \sin(ax) + c$

c) $\frac{1}{a} \sin(ax) + c$

d) $-\frac{1}{a} \sin(ax) + c$

أسئلة امتحانات سابقة على نفس نمط الهيكل

إضافي امتحان 2023-2022

Evaluate the integral.

$\int \sin\left(\frac{x}{a}\right) dx, a \neq 0$

أوجد قيمة التكامل.

$\int \sin\left(\frac{x}{a}\right) dx, a \neq 0$

a) $-a \cos\left(\frac{x}{a}\right) + c$

b) $-a \sin\left(\frac{x}{a}\right) + c$

c) $-\frac{1}{a} \cos\left(\frac{x}{a}\right) + c$

d) $-\frac{1}{a} \cos(x) + c$

تمارين الكتاب ص 489 رقم 1-10

اوجد كل من التكاملات التالية

Evaluate the integral.

3) $\int \frac{1}{\sqrt{a^2 - x^2}} dx$

$$\int \frac{f'(x)}{\sqrt{a^2 - [f(x)]^2}} dx = \sin^{-1} \left(\frac{f(x)}{a} \right) + c$$

a) $\frac{1}{a} \tan^{-1} \left(\frac{x}{a} \right) + c$

b) $2 \sin^{-1} \left(\frac{x}{a} \right) + c$

c) $\frac{1}{a} \sin^{-1} \left(\frac{x}{a} \right) + c$

d) $\sin^{-1} \left(\frac{x}{a} \right) + c$

4) $\int \frac{1}{|x| \sqrt{x^2 - a^2}} dx$

$$\int \frac{f'(x)}{|f(x)| \sqrt{[f(x)]^2 - a^2}} dx = \frac{1}{|a|} \sec^{-1} \left(\frac{f(x)}{a} \right) + c$$

a) $-\sec^{-1} \left(\frac{x}{a} \right) + c$

b) $a \sec^{-1} \left(\frac{x}{a} \right) + c$

c) $-\frac{1}{|a|} \sec^{-1} \left(\frac{x}{a} \right) + c$

d) $\frac{1}{|a|} \sec^{-1} \left(\frac{x}{a} \right) + c$

تمارين الكتاب ص 489 رقم 1-10

Evaluate the integral.

اوجد كل من التكاملات التالية

5) $\int \sin 6t \, dt$

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

$$\int \sin(ax + b) \, dx = -\frac{1}{a} \cos(ax + b) + c$$

a) $6\cos(6x) + c$

b) $-6\cos(6x) + c$

c) $\frac{1}{6} \cos(6x) + c$

ماجدة علي

d) $-\frac{1}{6} \cos(6x) + c$

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

Evaluate the integral.

اوجد كل من التكاملات التالية

6) $\int \sec 2t \tan 2t \, dt$

ماجدة علي

$$\int \sec(ax + b) \tan(ax + b) \, dx = \frac{1}{a} \sec(ax + b) + c$$

a) $2\sec(2x) + c$

ماجدة علي

b) $\frac{1}{2} \sec(2x) + c$

ماجدة علي

c) $\frac{1}{2} \tan(2x) + c$

d) $-\frac{1}{2} \sec(2x) + c$

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

امتحان 2021-2020

Evaluate

أوجد قيمة

$$\int \cot(1 - 2x) \csc(1 - 2x) dx$$

$$\int \cot(1 - 2x) \csc(1 - 2x) dx$$

a) $\frac{1}{2} \csc(1 - 2x) + c$

b) $-\frac{1}{2} \csc(1 - 2x) + c$

c) $2 \csc(1 - 2x) + c$

d) $-2 \csc(1 - 2x) + c$

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

امتحان 2020-2019

Evaluate the integral
 $\int m \sin(mx) dx$,
 where $m \neq 0$.

أوجد قيمة التكامل $\int m \sin(mx) dx$
 حيث $m \neq 0$.

ماجدة علي

a) $-\cos(mx) + c$

b) $\cos(mx) + c$

c) $-\sin(mx) + c$

d) $\frac{1}{m} \cos(mx) + c$

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

تمارين الكتاب ص 489 رقم 1-10

Evaluate the integral.

أوجد كل من التكاملات التالية

7) $\int (x^2 + 4)^2 dx$

a) $\frac{1}{5}x^5 + \frac{8}{3}x^3 + 16x + c$

b) $\frac{1}{5}x^5 + \frac{8}{3}x^3 + 8x + c$

c) $\frac{1}{5}x^5 + \frac{8}{3}x^2 - 8x + c$

d) $\frac{1}{5}x^5 - \frac{8}{3}x^3 + 8x + c$

8) $\int x(x^2 + 4)^2 dx$

a) $\frac{1}{6}x^6 + \frac{8}{3}x^3 + 16x + c$

b) $\frac{1}{6}x^6 + 2x^4 + 8x^2 + c$

c) $\frac{1}{5}x^5 + \frac{8}{3}x^2 - 8x + c$

d) $\frac{1}{6}x^6 - 2x^4 + 8x + c$

$$\int \frac{f'(x)}{a^2 + [f(x)]^2} dx = \frac{1}{a} \tan^{-1} \left(\frac{f(x)}{a} \right) + c$$

تمارين الكتاب ص 489 رقم 1-10

Evaluate the integral.

اوجد كل من التكاملات التالية

9) $\int \frac{3}{16 + x^2} dx$

a) $2 \tan^{-1}(x) + c$

b) $\frac{1}{2} \tan^{-1} \left(\frac{x}{2} \right) + c$

c) $\frac{3}{4} \tan^{-1} \left(\frac{x}{4} \right) + c$

d) $\frac{1}{4} \tan^{-1} \left(\frac{x}{4} \right) + c$

سؤال بالهيكل وجاء بامتحان 2022-2021

10) $\int \frac{2}{4 + 4x^2} dx$

a) $\frac{1}{2} \tan^{-1}(x) + c$

b) $2 \tan^{-1}(x) + c$

c) $\frac{1}{2} \sin^{-1}(x) + c$

d) $2 \sin^{-1}(x) + c$

Evaluate the integral.

أوجد كل من التكاملات التالية

أوجد $\int \frac{4}{1+x^2} dx$

a) $4\cos^{-1}(x) + c$

b) $4\tan^{-1}(x) + c$

c) $\frac{1}{4}\tan^{-1}(x) + c$

d) $4\sin^{-1}(x) + c$

$$\frac{1}{1+4x^2}$$

امتحان 2023-2022

Evaluate the integral.

$$\int \frac{1}{1+4x^2} dx$$

$$\frac{d}{dx}(0.5\tan^{-1}(2x)) = 0.05882352941$$

أوجد قيمة التكامل.

$$\int \frac{1}{1+4x^2} dx$$

a) $\frac{1}{2}\tan^{-1}(2x) + c$

b) $2\tan^{-1}(x) + c$

c) $\frac{1}{2}\sin^{-1}(2x) + c$

d) $2\sin^{-1}(2x) + c$

$$\int \frac{f'(x)}{a^2 + [f(x)]^2} dx = \frac{1}{a} \tan^{-1}\left(\frac{f(x)}{a}\right) + c$$

امتحان 2020-2021

Evaluate the integral.

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

أوجد قيمة التكامل $\int \frac{1}{\sqrt{a^2-x^2}} dx$ ، حيث $a > 0$

a) $\tan^{-1} x + c$

b) $\sin^{-1} \left(\frac{x}{a} \right) + c$

c) $\tan^{-1} \left(\frac{x}{a} \right) + c$

d) $\cot^{-1} \left(\frac{x}{a} \right) + c$

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

8

Compute integrals using direct computation and rules

إيجاد تكاملات دوال متنوعة بصيغة مباشرة باستخدام الصيغ

Exercises (15-22)

P489

$$\int \frac{f'(x)}{f(x)} dx = \ln|f(x)| + c$$

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي
ارشاد

تمارين الكتاب ص 489 رقم 15-20

Evaluate the integral.

أوجد كل من التكاملات التالية

ماجدة علي

ماجدة علي

15) $\frac{4t}{5+2t+t^2}$

ماجدة علي

ماجدة علي

$$\int \frac{4t+4}{5+2t+t^2} dt - \int \frac{4}{5+2t+t^2} dt$$

$$2 \ln |4 + (t+1)^2| - 2 \tan^{-1} \left(\frac{t+1}{2} \right) + c$$

ماجدة علي

ماجدة علي

a) $2 \ln |4 + (t+1)^2| - 2 \tan^{-1} \left(\frac{t+1}{2} \right) + c$

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

b) $\ln |4 + (t+1)^2| + 2 \tan^{-1} \left(\frac{t+1}{2} \right) + c$

d) $\ln |(t+1)^2| + 2 \tan^{-1} \left(\frac{t}{2} \right) + c$

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

c) $2 \ln |4 - (t+1)^2| - 2 \tan^{-1} \left(\frac{t-1}{2} \right) + c$

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

16. $\int \frac{t+1}{t^2+2t+4} dt$

ماجدة علي

ماجدة علي

$$6. \int \frac{t+1}{t^2+2t+4} dt = \int \frac{2(t+1)}{(t+1)^2+3} dt = \frac{1}{2} \ln |(t+1)^2+3| + c$$

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

يمكن الحل بطريقة اخري

ماجدة علي

ماجدة علي

$$\int \frac{t+1}{t^2+2t+4} dt = \frac{1}{2} \int \frac{2(t+1)}{t^2+2t+4} dt = \frac{1}{2} \ln |t^2+2t+4| + c$$

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

a) $\frac{1}{2} \ln |(t+2)^2| + c$

ماجدة علي

b) $2 \ln |t^2+2t+4| + c$

ماجدة علي

c) $\frac{1}{2} (t^2+2t+4) + c$

d) $\ln |t^2+2t+4| + c$

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

على نفس نمط الهيكل امتحان 2017-2028

Evaluate the integral.

اوجد كل من التكاملات التالية

$$\int \frac{12x + 6}{1 + 3x + 3x^2} dx$$

a) $\ln|3x^2 + 3x + 1| + c$

b) $2\ln|12x + 6| + c$

c) $2(3x^2 + 3x + 1) + c$

d) $2\ln|3x^2 + 3x + 1| + c$

تمارين الكتاب ص 489 رقم 20-15

Evaluate the integral.

اوجد كل من التكاملات التالية

17) $e^{3-2x} dx$

a) $\frac{1}{2}e^{3-2x} + c$

b) $-2e^{3-2x} + c$

c) $2e^{3-2x} + c$

d) $-\frac{1}{2}e^{3-2x} + c$

18) $\frac{3}{e^{6x}} dx$

a) $-\frac{3}{6}e^{-6x} + c$

b) $-18e^{-6x} + c$

c) $18e^{-6x} + c$

d) $\frac{3}{6}e^{-6x} + c$

$$\frac{d}{dx} \left(6 \ln \left| 1 + x^{\frac{2}{3}} \right| \right) = 1.227023581$$

السؤال الثامن بالهيكل

ماجدة علي

ماجدة علي

تمارين الكتاب ص 489 رقم 15-20

Evaluate the integral.

أوجد كل من التكاملات التالية

$$19) \int \frac{4}{x^{\frac{1}{3}}(1+x^{\frac{2}{3}})} dx$$

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

الحل

$$\int \frac{4}{x^{\frac{1}{3}}(1+x^{\frac{2}{3}})} dx = \frac{4}{\frac{2}{3}} \int \frac{\frac{2}{3} x^{-\frac{1}{3}}}{(1+x^{\frac{2}{3}})} dx = 6 \ln \left| 1 + x^{\frac{2}{3}} \right| + c$$

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

$$a) \frac{3}{2} \ln \left| 1 + x^{\frac{2}{3}} \right| + c$$

$$b) 6 \ln \left| 1 + x^{\frac{2}{3}} \right| + c$$

$$c) 6 \left(1 + x^{\frac{2}{3}} \right) + c$$

$$d) \ln \left| 1 + x^{\frac{2}{3}} \right| + c$$

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

$$20) \int \frac{2}{x^{\frac{1}{4}} + x} dx$$

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

$$a) \frac{8}{3} \ln \left| 1 + x^{\frac{3}{4}} \right| + c$$

$$b) \ln \left| 1 + x^{\frac{3}{4}} \right| + c$$

$$c) \frac{8}{3} \left(1 + x^{\frac{3}{4}} \right) + c$$

$$d) 8 \ln \left| 1 + x^{\frac{3}{4}} \right| + c$$

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

هيكل وجاء بامتحان 2021-2022 سؤال رقم 21 و 22

Evaluate the integral.

$$\int \frac{\sin \sqrt{x}}{\sqrt{x}} dx$$

أوجد قيمة التكامل.

$$\int \frac{\sin \sqrt{x}}{\sqrt{x}} dx$$

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

a) $-2\sin\sqrt{x} + c$

b) $-2\cos\sqrt{x} + c$

c) $2\cos\sqrt{x} + c$

d) $2\sin\sqrt{x} + c$

أوجد $\int \frac{1}{x^2} \cos\left(\frac{1}{x}\right) dx$

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

a) $-\sin \frac{1}{x^2} + c$

b) $-\sin \frac{1}{x} + c$

c) $\sin \frac{1}{x} + c$

ماجدة علي

d) $\sin \frac{1}{x^2} + c$

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

9	Compute integrals using completing a square حساب التكاملات باستخدام إكمال المربع	Exercises (10-22)	P489
---	---	-------------------	------

ص 489 سؤال 10-22

Evaluate the integral.

أوجد كل من التكاملات التالية

(11) سؤال هيكل وجاء بامتحان 2021-2022 و 2018-2019 (مربع كامل)

Evaluate the integral.

أوجد قيمة التكامل.

$$\int \frac{1}{\sqrt{3-2x-x^2}} dx$$

$$\int \frac{1}{\sqrt{3-2x-x^2}} dx$$

a) $\sin^{-1}\left(\frac{x+1}{2}\right) + c$

b) $\frac{1}{2}\sin^{-1}\left(\frac{x+1}{2}\right) + c$

c) $\frac{1}{2}\tan^{-1}\left(\frac{x+1}{2}\right) + c$

d) $\tan^{-1}\left(\frac{x+1}{2}\right)$

ص 489 سؤال 10-22

Evaluate the integral.

اوجد كل من التكاملات التالية

12) $\int \frac{x+1}{\sqrt{3-2x-x^2}} dx$

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

a) $-\sqrt{4-(x+1)^2} + c$

ماجدة علي

b) $\sqrt{4-(x+1)^2} + c$

ماجدة علي

c) $\sqrt{4+(x+1)^2} + c$

d) $-\sqrt{4+(x+1)^2} + c$

13) $\int \frac{4}{5+2x+x^2} dx$

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

a) $2\tan^{-1}\left(\frac{x+1}{2}\right) + c$

ماجدة علي

b) $-2\tan^{-1}\left(\frac{x+1}{2}\right) + c$

ماجدة علي

ماجدة علي

c) $\frac{1}{2}\sin^{-1}\left(\frac{x+1}{2}\right) + c$

d) $2\sin^{-1}\left(\frac{x+1}{2}\right) + c$

ص 489 سؤال 10-22

Evaluate the integral.

اوجد كل من التكاملات التالية

14) $\int \frac{4x + 4}{5 + 2x + x^2} dx$

a) $2\ln|4 - (x + 1)^2| + c$

b) $\ln|4 + (x + 1)^2| + c$

c) $2(4 + (x + 1)^2) + c$

d) $2\ln|4 + (x + 1)^2| + c$

15) $\int \frac{4t}{5 + 2t + t^2} dx$

a) $2\ln|4 + (t + 1)^2| - 2\tan^{-1}\left(\frac{t+1}{2}\right) + c$

b) $\ln|4 + (t + 1)^2| - 2\tan^{-1}\left(\frac{t+1}{2}\right) + c$

c) $\ln|4 + (t + 1)^2| - \tan^{-1}\left(\frac{t+1}{2}\right) + c$

d) $2\ln|4 + (t + 1)^2| + 2\tan^{-1}\left(\frac{t+1}{2}\right) + c$

السؤال التاسع بالهيكل

ص 489 سؤال 10-22

$$16) \int \frac{t+1}{t^2+2t+4} dx$$

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

$$a) \frac{1}{2} \ln|(t+1)^2+3| + c$$

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

$$b) \ln|(t+1)^2+3| + c$$

$$c) 2\ln|(t+1)^2+3| + c$$

$$d) \ln|(t-1)^2+3| + c$$

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

التكامل بالتجزئ :- هو عملية حاصل ضرب دالتين من نوعين مختلفين حيث نشتق أحدهما ونكامل الأخرى .

$$\int u dv = uv - \int v du$$

Easier to integrate

This is known as Integration by Parts

$$\int x \sin x dx = -x \cos x + \int \cos x dx = -x \cos x + \sin x + C$$

الإشارة	F(x)	الاشتقاق	F(y)	التكامل
$\Rightarrow +$		$F(x)$		$F(y)$
$\Rightarrow -$	$F'(x)$	المشتقة الأولى	$F(y)$	التكامل الأول
$\Rightarrow +$	$F''(x)$	المشتقة الثانية	$F(y)$	التكامل الثاني
$\Rightarrow -$	$F'''(x)$	المشتقة الثالثة	$F(y)$	التكامل الثالث

10	Learn the notion of integration by parts التعرف على التكامل بطريقة التكامل بالأجزاء	Exercises (1-8)	P496
----	--	-----------------	------

تمارين الكتاب ص 496 سؤال 1-8

Evaluate the integral.

أوجد كل من التكاملات التالية

1) $\int x \cos x \, dx$

a) $x \sin x - \int \sin x \, dx$

b) $x \sin x + \int \sin x \, dx$

c) $\sin x - \int \sin x \, dx$

d) $x \sin x - \cos x + c$

حل آخر

$x \sin x + \cos x + c$

تمارين الكتاب ص 496 سؤال 1-8

أوجد كل من التكاملات التالية

Evaluate the integral.

2) $\int x \sin 4x \, dx$

2. Let $u = x, dv = \sin 4x \, dx$
 $du = dx, v = -\frac{1}{4} \cos 4x$
 $\int x \sin 4x \, dx$
 $= -\frac{1}{4} x \cos 4x - \int -\frac{1}{4} \cos 4x \, dx$
 $= -\frac{1}{4} x \cos 4x + \frac{1}{16} \sin 4x + c.$

a) $-\frac{1}{4} x \cos 4x + \int \frac{1}{4} \cos 4x \, dx$

b) $\frac{1}{4} x \cos 4x - \int \frac{1}{4} \cos 4x \, dx$

c) $\frac{1}{4} x \cos 4x - \int \frac{1}{4} \cos 4x \, dx$

d) $\frac{1}{4} x \sin 4x - \cos 4x + c$

حل آخر

$-\frac{1}{4} x \cos 4x + \frac{1}{16} \sin 4x + c$

تمارين الكتاب ص 496 سؤال 1-8

Evaluate the integral.

اوجد كل من التكاملات التالية

3) $\int x e^{2x} dx$

a) $x e^{2x} - e^{2x} + c$

b) $\frac{1}{2} x e^{2x} + \frac{1}{4} e^{2x} + c$

c) $\frac{1}{2} x e^{2x} - \frac{1}{4} e^{2x} + c$

d) $x e^{2x} + e^{2x} + c$

4) $\int x \ln x dx$

a) $\frac{1}{2} x^2 \ln x - \frac{1}{4} x^2 + c$

b) $\frac{1}{2} x^2 \ln x + \frac{1}{4} x^2 + c$

c) $x^2 \ln x + x^2 + c$

d) $x^2 \ln x - x^2 + c$

تمارين الكتاب ص 496 سؤال 1-8

(5) سؤال بالهيكل وجاء بامتحان 2021-2020

Evaluate the integral.

$$\int x^2 \ln x \, dx$$

أوجد قيمة التكامل.

$$\int x^2 \ln x \, dx$$

$$a) \frac{x^3 \ln(x)}{3} - \frac{x^3}{9} + c$$

$$b) \frac{x^3 \ln(x)}{3} - \frac{x^2}{3} + c$$

$$c) \frac{x^3 \ln(x)}{3} + \frac{x^3}{9} + c$$

$$d) \frac{x^3 \ln(x)}{3} + \frac{x^2}{3} + c$$

(6) سؤال بالهيكل وجاء بامتحان 2020-2021

أوجد كل من التكاملات التالية. Evaluate the integral.

$$\int \frac{\ln x}{x} \, dx$$

$$a) \frac{\ln(x^2)}{x^2} + c$$

$$b) \left(\frac{\ln x}{x}\right)^2 + c$$

$$c) \frac{1}{2} (\ln x)^2 + c$$

$$d) \frac{1}{2} x^2 \ln x - \frac{1}{4} x^2 + c$$

Evaluate the integral.

$$\int \ln(2x) dx$$

أوجد قيمة التكامل.

$$\int \ln(2x) dx$$

a) $x \ln(2x) - \int dx$

b) $2x \ln(x) - \int dx$

c) $\frac{\ln(2x)}{2} \int dx$

d) $x \ln(2x) - x^2 + c$

تمارين الكتاب ص 496 سؤال 1-8

Evaluate the integral.

اوجد كل من التكاملات التالية

7) $x^2 e^{-3x} dx$

a) $-\frac{1}{3}x^2 e^{-3x} - \frac{2}{9}x e^{-3x} - \frac{2}{27}e^{-3x} + c$

b) $\frac{1}{3}x^2 e^{-3x} - \frac{2}{9}x e^{-3x} - \frac{2}{27}e^{-3x} + c$

c) $\frac{1}{3}x^2 e^{-3x} - \frac{2}{27}e^{-3x} + c$

d) $\frac{1}{3}x^2 e^{-3x} + \frac{2}{9}x e^{-3x} + \frac{2}{27}e^{-3x} + c$

8) $x^2 e^{x^3} dx$

a) $\frac{1}{3}e^{x^3} + c$

b) $-\frac{1}{3}e^{x^3} + c$

c) $-3e^{x^3} + c$

d) $3e^{x^3} + c$

أوجد كل من التكاملات التالية. Evaluate the integral.

$$\int_0^{\pi} 2x \cos x dx$$

a) $2x \sin x - 2 \cos x \Big|_0^{\pi}$

b) $2x \sin x - \int_0^{\pi} 2 \sin x dx$

c) $(2 \sin x + 2x \cos x) \Big|_0^{\pi}$

d) $2x \sin x \Big|_0^{\pi} - \int_0^{\pi} 2 \sin x dx$

Evaluate the indicated integral.

أوجد قيمة التكامل غير المحدود.

$$\int 4xe^{-x^2} dx$$

$$\int 4xe^{-x^2} dx$$

a) $2x^2 e^{-\frac{x^3}{3}} + c$

b) $-2e^{-\frac{x^3}{3}} + c$

c) $2x^2 e^{-x^2} + c$

d) $2x^2 e^{-x^2} + c$

7-3 طرائق تكامل الدوال المثلثية **Trigonometric Techniques of Integration**

هام جدا

$\sin^2(x) + \cos^2(x) = 1$	$\tan^2(x) + 1 = \sec^2(x)$	$\cot^2(x) + 1 = \csc^2(x)$
$\sin^2(x) = 1 - \cos^2(x)$	$\tan^2(x) = \sec^2(x) - 1$	$\cot^2(x) = \csc^2(x) - 1$
$\cos^2(x) = 1 - \sin^2(x)$	$\sec^2(x) - \tan^2(x) = 1$	$\csc^2(x) - \cot^2(x) = 1$

متطابقة نصف الزاوية

Half-angle formulas

$$\sin^2 x = \frac{1}{2}(1 - \cos 2x)$$

$$\cos^2 x = \frac{1}{2}(1 + \cos 2x)$$

ثانياً: الصيغة $\int \tan^m x \sec^n x dx$

إذا كانت القوتان



قد تستخدم المتطابقات :

$$\sec^2 x = 1 + \tan^2 x \quad . \quad \csc^2 x = 1 + \cot^2 x$$

11

Integrate functions of the form $\sec^n(x) \cdot \tan^m(x)$ إيجاد تكاملات دوال $\sec^n(x) \cdot \tan^m(x)$

Exercises (9-20)

P507

$$\tan(2) \times \frac{1}{\cos(2)^3} = 30.31932803$$

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

تمارين الكتاب ص 507 سؤال 20-9

امتحان 2021-2022

هيكل سؤال رقم 9

أوجد قيمة التكامل.

Evaluate the integral.

$$\int \tan x \sec^3 x \, dx$$

$$\int \tan x \sec^3 x \, dx$$

$$a) \frac{\sec^3(x)}{3} + c$$

ماجدة علي

$$b) -\frac{1}{5} \frac{\sec^3(x)}{3} + c$$

ماجدة علي

$$c) \frac{\tan^3(x)}{3} + c$$

ماجدة علي

$$d) -\frac{\tan^3(x)}{3} + c$$

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

$$10) \int \cot x \csc^4 x$$

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

$$a) -\frac{\cot^2(x)}{2} - \frac{\cot^4(x)}{4} + c$$

ماجدة علي

$$b) \frac{\cot^2(x)}{2} - \frac{\cot^4(x)}{4} + c$$

ماجدة علي

$$c) \frac{\cot^2(x)}{2} + \frac{\cot^4(x)}{4} + c$$

ماجدة علي

$$d) -\frac{\cot^2(x)}{4} - \frac{\cot^4(x)}{2} + c$$

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

تمارين الكتاب ص 507 سؤال 20-9

Evaluate the integral.

اوجد كل من التكاملات التالية

(11) $\int x \tan^3(x^2 + 1) \sec(x^2 + 1) dx$

a) $\frac{\sec^3(x^2+1)}{6} + \frac{1}{2} \sec(x^2 + 1) + c$

b) $\frac{\sec^3(x^2+1)}{6} - \frac{1}{2} \sec(x^2 + 1) + c$

c) $\frac{\sec^3(x+1)}{6} - \frac{1}{2} \sec(x + 1) + c$

d) $\frac{\sec^3(x^2+1)}{2} - \frac{1}{6} \sec(x^2 + 1) + c$

(12) $\int \tan(2x+1) \sec^3(2x+1) dx$

a) $\frac{\tan^3(2x+1)}{6} + c$

b) $-\frac{\tan^3(2x+1)}{6} + c$

c) $-\frac{\sec^3(2x+1)}{6} + c$

d) $\frac{\sec^3(2x+1)}{6} + c$

تمارين الكتاب ص 507 سؤال 9-20

Evaluate the integral.

اوجد كل من التكاملات التالية

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

(13) $\int \cot^2 x \csc^4 x \, dx$

a) $-\frac{\cot^3(x)}{3} - \frac{\cot^5(x)}{5} + c$

ماجدة علي

b) $\frac{\cot^3(x)}{3} - \frac{\cot^5(x)}{5} + c$

ماجدة علي

c) $\frac{\cot^2(x)}{3} + \frac{\cot^4(x)}{5} + c$

ماجدة علي

ماجدة علي

d) $-\frac{\cot^2(x)}{4} - \frac{\cot^4(x)}{2} + c$

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

(14) $\int \cot^2 x \csc^2 x \, dx$

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

a) $-\frac{\cot^3(x)}{3} + c$

b) $\frac{\cot^3(x)}{3} + c$

c) $\cot^3(x) + c$

ماجدة علي

d) $-\cot^3(x) + c$

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

تمارين الكتاب ص 507 سؤال 20-9

Evaluate the integral.

اوجد كل من التكاملات التالية

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

(15) $\int_0^{\pi/4} \tan^4 x \sec^4 x \, dx$

a) $\frac{1}{5}$

ماجدة علي

b) $\frac{2}{5}$

ماجدة علي

c) $\frac{12}{35}$

ماجدة علي

d) $-\frac{1}{35}$

ماجدة علي

(16) $\int_{-\pi/4}^{\pi/4} \tan^4 x \sec^2 x \, dx$

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

a) $\frac{1}{5}$

b) $\frac{2}{5}$

c) $\frac{12}{35}$

d) $-\frac{1}{35}$

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

17) $\int \cos^2 x \sin^2 x$

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

a) $\frac{1}{8}x - \sin 4x + c$

b) $-\frac{1}{8}x - \frac{1}{32} \sin 4x + c$

c) $\frac{1}{8}x - \frac{1}{32} \sin 4x + c$

d) $\frac{1}{8}x - \sin 4x + c$

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

تمارين الكتاب ص 507 سؤال 9-20

Evaluate the integral.

اوجد كل من التكاملات التالية

18) $\int \cos^2 x + \sin^2 x$

a) $\frac{1}{2}x + c$

b) $\frac{-1}{2}x + c$

c) $x + c$

d) $-\frac{x}{4} + c$

19) $\int_{-\pi/3}^0 \sqrt{\cos x} \sin^3 x dx$

a) $\frac{1}{2}$

b) $\frac{-1}{2}$

c) 0.17

d) -0.17

$\frac{25}{168}\sqrt{2} - \frac{8}{21}$

20) $\int_{\pi/4}^{\pi/2} \cot^2 x \csc^4 x dx$

a) $\frac{1}{5}$

b) $\frac{-8}{15}$

c) $\frac{8}{15}$

d) $-\frac{1}{35}$

أسئلة امتحان 2021-2022 على نمط الهيكل

Evaluate the integral.

$$\int \cos^2 x \sin x \, dx$$

أوجد قيمة التكامل.

$$\int \cos^2 x \sin x \, dx$$

a) $-\frac{\cos^3(x)}{3} + c$

b) $-\frac{\sin^3(x)}{3} + c$

c) $\frac{\cos^3(x)}{3} + c$

d) $\frac{\sin^3(x)}{3} + c$

2) $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos^2 x - \sin^2 x \, dx$

a) $\frac{1}{2}$

b) 1

c) 2

d) $-\frac{1}{2}$

Substitution with trigonometric functions

التعبير	التعويض مع الدوال المثلثية	الفترة	المتطابقة
$\sqrt{a^2 - x^2}$	$x = a \sin \theta$	$-\frac{\pi}{2} \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$	$1 - \sin^2 \theta = \cos^2 \theta$
$\sqrt{a^2 + x^2}$	$x = a \tan \theta$	$-\frac{\pi}{2} < \theta < \frac{\pi}{2}$	$1 + \tan^2 \theta = \sec^2 \theta$
$\sqrt{x^2 - a^2}$	$x = a \sec \theta$	$\theta \in [0, \frac{\pi}{2}) \cup (\frac{\pi}{2}, \pi]$	$\sec^2 \theta - 1 = \tan^2 \theta$

الاجدة علي

الاجدة علي

الاجدة علي

الاجدة علي

الاجدة علي

الاجدة علي

الاجدة علي

الاجدة علي

الاجدة علي

الاجدة علي

الاجدة علي

الاجدة علي

الاجدة علي

الاجدة علي

الاجدة علي

الاجدة علي

12	Integrate trigonometric functions using the substitution $x = a \cdot \tan(y)$ إيجاد تكاملات دوال مثلثية باستخدام التعويض بـ $x = a \cdot \tan(y)$	Exercises (25-40)	P507
----	---	-------------------	------

تمارين الكتاب ص 507 سؤال 25-40 امتحان 2022-2021

Evaluate the integral.

اوجد كل من التكاملات التالية

25) $\int_0^2 \sqrt{4-x^2} dx$

a) $\frac{1}{5}\pi$

b) $\frac{2}{5}\pi$

c) π

d) $-\pi$

26) $\int_0^1 \frac{x}{\sqrt{4-x^2}} dx$

a) $\frac{1}{5}$

b) $2 - \sqrt{3}$

c) $2 + \sqrt{3}$

d) $\sqrt{3} - 2$

Evaluate the integral.

اوجد كل من التكاملات التالية

27) $\int \frac{x^2}{\sqrt{x^2-9}} dx$

$x = 3 \sec \theta,$

$$\frac{x\sqrt{x^2-9}}{2} + \frac{9}{2} \ln \left| \frac{x + \sqrt{x^2-9}}{3} \right| + c$$

Evaluate the integral.

اوجد كل من التكاملات التالية

28) $\int x^3 \sqrt{x^2-1} dx$

$$= \frac{1}{5}(x^2-1)^{5/2} + \frac{1}{3}(x^2-1)^{3/2} + c$$

Evaluate the integral.

أوجد كل من التكاملات التالية

29) $\int \frac{2}{\sqrt{x^2-4}} dx$

ماجدة علي

ماجدة علي

$x = 2 \sec \theta$

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

$2 \ln |x + \sqrt{x^2 - 4}| + c$

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

سؤال بالهيكل وجاء بامتحان 2023

Evaluate the integral.

30) $\int \frac{x}{\sqrt{x^2-4}} dx$

ماجدة علي

$\frac{5}{\sqrt{5^2-4}}$
1.091089451

ماجدة علي

ماجدة علي

أوجد قيمة التكامل.

$\int \frac{x}{\sqrt{x^2-4}} dx$

ماجدة علي

$x = 2 \sec \theta$

a) $\sqrt{x^2 + 4} + c$

ماجدة علي

b) $\sqrt{x^2 - 4} + c$

ماجدة علي

$x\sqrt{x^2 - 4} + c$

ماجدة علي

d) $2 \sec x + c$

علي

ماجدة علي

Evaluate the integral.

أوجد كل من التكاملات التالية

31) $\int \frac{\sqrt{4x^2-9}}{x} dx$

$$= \sqrt{4x^2-9} - 9 \tan^{-1} \left(\frac{\sqrt{4x^2-9}}{3} \right) + c.$$

32) $\int \frac{\sqrt{x^2-4}}{x^2} dx$

$$x = 2 \sec \theta$$

$$\ln \left| \left(\frac{x}{2} \right) + \tan \left[\sec^{-1} \left(\frac{x}{2} \right) \right] \right| - \sin \left[\sec^{-1} \left(\frac{x}{2} \right) \right] + c.$$

33) $\int \frac{x^2}{\sqrt{9+x^2}} dx$

$$x = 3 \tan \theta,$$

a) $\frac{x\sqrt{9+x^2}}{2} - \frac{9}{2} \ln \left| \frac{x + \sqrt{9+x^2}}{3} \right| + c$

b) $\frac{x\sqrt{9+x^2}}{2} + \frac{9}{2} \ln \left| \frac{x + \sqrt{9+x^2}}{3} \right| + c$

c) $\frac{x\sqrt{9+x^2}}{2} - \frac{1}{2} \ln \left| \frac{x + \sqrt{9+x^2}}{3} \right| + c$

d) $\frac{\sqrt{9+x^2}}{2} + \frac{9}{2} \ln \left| \frac{x + \sqrt{9+x^2}}{3} \right| + c$

Which substitution can be used to evaluate the integral?

ما التعويض الذي يمكن استخدامه لإيجاد قيمة التكامل؟

لإيجاد التكامل $\int \frac{x^2}{\sqrt{9+x^2}} dx$ نستخدم التعويض المثلثي

(a) $x = \tan \theta$

(b) $x = 3 \sin \theta$

(c) $x = 3 \sin \theta$

(d) $x = 3 \tan \theta$

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

باستخدام التعويض المثلثي المناسب يمكن كتابة التكامل $\int \frac{x^2}{\sqrt{9+x^2}} dx$ بالصورة

(a) $\int 9 \tan^2 \theta d\theta$

(b) $\int 3 \tan^2 \theta \sec \theta d\theta$

(c) $\int 3 \tan^2 \theta \sec \theta d\theta$

(d) $\int 9 \tan^2 \theta \sec \theta d\theta$

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

Evaluate the integral.

أوجد كل من التكاملات التالية

34) $\int x^3 \sqrt{8 + x^2} dx$

$$= \frac{2\sqrt{2}}{3} (8 + x^2)^{3/2} - 16\sqrt{2} (8 + x^2)^{1/2} + c$$

$x = 4 \tan \theta$

35) $\int \sqrt{16 + x^2} dx$

$$\frac{1}{2} x \sqrt{16 + x^2} + 8 \ln \left| \frac{1}{4} \sqrt{16 + x^2} + \frac{x}{4} \right| + c$$

36) $\int \frac{1}{\sqrt{4+x^2}} dx$

$$\ln \left| \frac{x + \sqrt{4 + x^2}}{2} \right| + c$$

$x = 4 \tan \theta$

Evaluate the integral.

أوجد كل من التكاملات التالية

37) $\int_0^1 x\sqrt{x^2+8} dx$

$\int_0^1 x\sqrt{x^2+8} dx$
1.457527667

a) $\frac{1}{5}$

b) $\frac{27-16\sqrt{2}}{3}$

c) $\frac{27+16\sqrt{2}}{3}$

d) $\sqrt{3}-2$

38) $\int_0^2 x^2\sqrt{x^2+9} dx$

$\int_0^2 x^2\sqrt{x^2+9} dx$
8.993998609

$= \frac{17\sqrt{13}}{4} - \frac{81}{8} \ln \left| \frac{2+\sqrt{13}}{3} \right|$

39) $\int \frac{x^3}{\sqrt{1+x^2}} dx$

a) $\frac{\sec^3(\tan^{-1}x)}{3} - \sec(\tan^{-1}x) + c$

40) $\int \frac{x+1}{\sqrt{4+x^2}} dx$

a) $2\sec\left(\tan^{-1}\frac{x}{2}\right) + \ln\left|\sec\left(\tan^{-1}\frac{x}{2}\right) + \frac{x}{2}\right| + c$

2022-2021

Which substitution can be used to evaluate the integral?

$$\int \frac{1}{\sqrt{x^2 - 25}} dx$$

ما التعويض الذي يمكن استخدامه لإيجاد قيمة التكامل؟

$$\int \frac{1}{\sqrt{x^2 - 25}} dx$$

$$x = 5 \sin \theta$$

$$x = 5 \sec \theta$$

$$x = 5 \tan \theta$$

$$x = \sec \theta \tan \theta$$

امتحان 2022-2021

Evaluate the integral.

$$\int \frac{1}{\sqrt{x^2 + 16}} dx$$

أوجد قيمة التكامل.

$$\int \frac{1}{\sqrt{x^2 + 16}} dx$$

$$\ln \left| \frac{\sqrt{16 + x^2}}{4} \right| + x + c$$

$$\ln \left| \frac{\sqrt{16 + x^2}}{4} \right| - x + c$$

$$\checkmark \ln \left| \frac{x + \sqrt{16 + x^2}}{4} \right| + c$$

$$\ln \left| \frac{x - \sqrt{16 + x^2}}{4} \right| + c$$

Evaluate

$$\int \frac{1}{\sqrt{4+x^2}} dx$$

substitute $x = 2\tan\theta$

$$, -\frac{\pi}{2} < \theta < \frac{\pi}{2}$$

أوجد قيمة

$$\int \frac{1}{\sqrt{4+x^2}} dx$$

عوض $x = 2\tan\theta$

$$, -\frac{\pi}{2} < \theta < \frac{\pi}{2}$$

$$\ln|\sec\theta + \tan\theta| + c, \text{ where } \theta = \tan^{-1}\left(\frac{x}{2}\right)$$

$$2 \ln|\sec\theta + \tan\theta| + c, \text{ where } \theta = \tan^{-1}\left(\frac{x}{2}\right)$$

$$\ln|\sec\theta + \tan\theta| + c, \text{ where } \theta = \tan^{-1}(2x)$$

$$\ln|\sec\theta - \tan\theta| + c, \text{ where } \theta = \tan^{-1}\left(\frac{x}{2}\right)$$

7-6 نمذجة المعادلات التفاضلية

Modeling With Differential Equations

أولاً: حل المعادلة التفاضلية $y'(t) = k y(t)$

خطوات الحل

① بقسمة الطرفين على $y(t)$ للحصول على الصورة $\frac{y'(t)}{y(t)} = k$

② مكاملة الطرفين بالنسبة إلى t ينتج الحل العام للمعادلة التفاضلية .

③ التعويض بالشرط الابتدائي في الحل العام لتنتج قيمة الثابت c

④ التعويض عن c في الحل العام لينتج الحل الخاص للمعادلة التفاضلية.

13

Learn differential equations of the form $y' = ky$ and their general solution

تعلم المعادلات التفاضلية من النموذج $y' = ky$ والحل العام لها

Exercises (1-8)

P533

تمارين الكتاب ص 533 سؤال 1-8

Find a solution of the differential equation
that satisfying the initial condition.

**أوجد حلا للمعادلة التفاضلية المعطاة
تحقق الشرط الابتدائي المشار إليه.**

1) $y' = 4y$, $y(0) = 2$

a) $20e^{2x-1}$

b) $2e^{4t}$

c) $2e^{2(x-1)}$

d) $\frac{e^{2x}}{e^2}$

2) $y' = 3y$, $y(0) = -2$

a) $-2e^{3t}$

b) $2e^{4t}$

c) $2e^{2(x-1)}$

d) $\frac{e^{2x}}{e^2}$

Find a solution of the differential equation
that satisfying the initial condition.

أوجد حلا للمعادلة التفاضلية المعطاة
تحقق الشرط الابتدائي المشار إليه.

$$3)y' = -3y, y(0) = 5$$

a) $5e^{-3t}$

ماجدة علي

b) $-5e^{-3t}$

ماجدة علي

c) $2e^{2(x-1)}$

ماجدة علي

d) $\frac{e^{2x}}{e^2}$

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

$$4)y' = -2y, y(0) = -6$$

a) $5e^{-3t}$

ماجدة علي

b) $-6e^{-2t}$

ماجدة علي

c) $2e^{2(x-1)}$

ماجدة علي

d) $\frac{e^{2x}}{e^2}$

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

سؤال 5 بالهيكل وجاء بامتحان 2022-2021

Find the solution of the differential equation $y' = 2y$ satisfying the initial condition $y(1) = 2$.
أوجد حلاً للمعادلة التفاضلية $y' = 2y$ الشرط الابتدائي $y(1) = 2$.

a) $20e^{2t-1}$

b) $2e^{2t}$

c) $2e^{2(t-1)}$

d) $\frac{e^{2t}}{e^2}$

Find the solution of the differential equation $y' = -y$ satisfying the initial condition $y(1) = 2$.

6) اوجد حلاً للمعادلة التفاضلية $y' = -y$ ويحقق الشرط الابتدائي $y(1) = 2$

a) $y = 2e^{1-t}$

b) $y = e^{1-t}$

c) $y = 2e^t$

d) $y = -2e^{1+t}$

سؤال 7 بالهيكل وجاء بامتحان 2021-2022

Find the solution of the differential equation $y' = y - 50$ satisfying the initial condition $y(0) = 70$.

أوجد حل المعادلة التفاضلية $y' = y - 50$ والتي تحقق الشرط الابتدائي $y(0) = 70$.

a) $y = 20e^t - 50$

b) $e^t + 50$

c) $y = 50e^t + 20$

d) $y = 20e^t + 50$

8) $y' = -0.1y - 10$, $y(0) = 80$

a) $y = 20e^{0.1x} + 100$

b) $180e^{-0.1x} + 100$

c) $y = 2e^{-0.1x-100}$

d) $y = 180e^{-0.1x} - 100$

نواتج التعلم:

إيجاد الحل العام لمعادلات تفاضلية من الدرجة الأولى قابلة للفصل

ماجدة علي

خالية من المشتقة

معرفة علي فترة معينة

تحقق المعادلة التفاضلية المعطاة
بالمسألة

أي علاقة بين متغيرات المعادلة
التفاضلية حيث أن هذه العلاقة

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

14	Find the general solution of separable differential equations of first order إيجاد الحل العام للمعادلات التفاضلية القابلة للفصل من الدرجة الأولى	Exercises (1-4)	P543 & P544
----	---	-----------------	-------------

Determine whether the differential equation is separable or not.

حدد ما اذا كانت المعادلة التفاضلية قابلة للفصل أم لا .

$$(1a) \ y' = (3x + 1) \cos y$$

$$(1b) \ y' = (3x + y) \cos y$$

$$(2a) \ y' = 2x (\cos y - 1)$$

$$(2b) \ y' = 2x (y - x)$$

السؤال الرابع عشر بالهيكل

Determine whether the differential equation is separable or not.

حدد ما اذا كانت المعادلة التفاضلية قابلة للفصل أم لا .

$$(3a) \quad y' = x^2 y + y \cos x$$

قابلة للفصل

$$\frac{y'}{y} = x^2 + \cos x$$

$$(3b) \quad y' = x^2 y - x \cos y$$

غير قابلة للفصل

$$(4a) \quad y' = 2x \cos y - x y^3$$

قابلة للفصل

$$(4b) \quad y' = x^3 - 2x + 1$$

قابلة للفصل

$$y' - 1 = x^3 - 2x$$

أي المعادلات التفاضلية التالية
غير قابلة للفصل؟

Which differential
equation is **not** separable ?

$$y' = 1 - \frac{3x}{y}$$

$$y' = x^2 y^2$$

$$y' = x^2 + 5$$

$$y' = x^2 \sin(2y)$$

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

15

Find the general solution of separable differential equations of first order

Exercises (17-20)

P544

إيجاد الحل العام للمعادلات التفاضلية القابلة للفصل من الدرجة الأولى

Find the general solution

in explicit form if possible.

أوجد الحل العام بصيغة صريحة إذا امكن

17) $y' = xy$

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

$$Ae^{-\frac{x^2}{2}}$$

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

18) $y' = \frac{-x}{y}$

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

$$y = \sqrt{-x^2 + 2c}$$

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

أوجد الحل العام بصيغة صريحة إذا امكن

Find the general solution

in explicit form if possible.

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

$$19) y' = \frac{1}{y}$$

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

$$y = \sqrt{2x + 2c}$$

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

$$20) y' = 1 + y^2$$

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

$$a) y = \sin(x + c)$$

$$b) y = \cos(x + c)$$

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

$$c) y = \sec(x + c)$$

$$d) y = \tan(x + c)$$

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

سؤال امتحان 2020-2021 على نمط الهيكل

أوجد الحل العام بصيغة صريحة إذا امكن

Find the general solution

in explicit form if possible.

3. المعادلة التفاضلية $y' = \frac{xy}{1+x^2}$ قابلة للفصل. أوجد الحل العام بصيغة صريحة

a) $y = x^2 + 1 + c$

SATP

b) $y = e^{\ln|x^2+1|+c}$

c) $y = e^{\ln\sqrt{x^2+1}+c}$

d) $y = \ln|x^2 + 1| + c$

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

18	Use integration by parts to compute definite and indefinite integrals إيجاد تكاملات محدودة وغير محدودة متنوعة باستخدام طريقة التكامل بالأجزاء	Exercises (41-50)	P497
19	Integrate rational functions using partial fractions decomposition in different cases تكامل الدوال النسبية باستخدام تحليل الكسور الجزئية في حالات مختلفة	Example 4.5	P512
20	Find the general solution of separable differential equations of first order إيجاد الحل العام للمعادلات التفاضلية القابلة للفصل من الدرجة الأولى	Exercises (21-28)	P544

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي



Evaluate the integral.

أوجد كل من التكاملات التالية

41) $\int \cos^{-1} x \, dx$

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي



ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

42) $\int \tan^{-1} x \, dx$

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

43) $\int \sin \sqrt{x} dx$



44) $\int e^{\sqrt{x}} dx$

45) $\int \sin(\ln x) dx$



46) $\int x \ln(4 + x^2) dx$

ماجدة علي

Evaluate the integral.

اوجد كل من التكاملات التالية لي

47) $\int e^{6x} \sin(e^{2x}) dx$

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي



ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

48) $\int \cos \sqrt[3]{x} dx$

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

Evaluate the integral.

اوجد كل من التكاملات التالية لي

49) $\int_0^8 e^{\sqrt[3]{x}} dx$

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي



ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

-----ماجدة علي

-----ماجدة علي

-----ماجدة علي

-----ماجدة علي

50) $\int_0^1 x \tan^{-1} x dx$

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

Integration of Rational Functions Using Partial Functions

4- 7 تكامل الدوال النسبية
باستخدام الكسور الجزئية

Linear and quadratic factors do not factor.

المقام عوامل خطية وتربيعية لا تحلل

5.

$$\frac{px^2 + qx + r}{(x - a)(x^2 + bx + c)}$$

$$\frac{A}{x - a} + \frac{Bx + C}{x^2 + bx + c}$$

اوجد تفكيك الكسور الجزئية للدالة و اوجد قيمة التكامل

Find the partial fractions decomposition. Find an antiderivative

$$4.5 f(x) = \frac{2x^2 - 5x + 2}{x^3 + x}$$



ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

Find the partial fractions decomposition. Find an antiderivative

$$4.6f(x) = \frac{5x^2+6x+2}{(x+2)(x^2+2x+5)}$$



$$f(x) = \frac{1}{x^3+4x} = \frac{A}{x} + \frac{Bx+C}{x^2+4}$$

$$\int \frac{1}{x^3+4x} dx \quad \text{ماقيمة}$$

Find the general solution

in explicit form if possible.

ماجدة علي

علي

$$21) y' = 3(x + 1)^2 y, y(0) = 1$$

أوجد الحل العام بصيغة صريحة إذا أمكن

ماجدة علي

ماجدة علي



ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

$$22) y' = \frac{x-1}{y^2}, y(0) = 2$$

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

Find the general solution
in explicit form if possible.

أوجد الحل العام بصيغة صريحة إذا أمكن

23) $y' = \frac{4x^2}{y}, y(0) = 2$



ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

24) $y' = \frac{x-1}{y}, y(0) = -2$

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

Find the general solution
in explicit form if possible.

أوجد الحل العام بصيغة صريحة إذا أمكن

25) $y' = \frac{4y}{x+3}, y(-2) = 1$



ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

26) $y' = \frac{3x}{4y+1}, y(1) = 4$

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

Find the general solution
in explicit form if possible.

أوجد الحل العام بصيغة صريحة إذا أمكن

27) $y' = \frac{4x}{\cos y}$, $y(0) = 0$



ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

28) $y' = \frac{\tan y}{x}$, $y(1) = \frac{\pi}{2}$

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

ماجدة علي

انتهت الوحدة السابعة مع تمنياتي للجميع بالنجاح مع تحياتي ماجدة علي