

تم تحميل هذا الملف من موقع المناهج الإماراتية



\* للحصول على أوراق عمل لجميع الصفوف وجميع المواد اضغط هنا

<https://almanahj.com/ae>

\* للحصول على أوراق عمل لجميع مواد اضغط هنا

<https://almanahj.com/ae/0>

\* للحصول على جميع أوراق في مادة ولجميع الفصول, اضغط هنا

<https://almanahj.com/ae/0>

\* للحصول على أوراق عمل لجميع مواد في مادة الخاصة بـ اضغط هنا

<https://almanahj.com/ae/0>

\* لتحميل كتب جميع المواد في جميع الفصول للـ اضغط هنا

<https://almanahj.com/ae/grade0>

للتحدث إلى بوت المناهج على تلغرام: اضغط هنا

[https://t.me/almanahj\\_bot](https://t.me/almanahj_bot)

## ورقة عمل الثاني عشر العام

## 1-2 تحليل التمثيلات البيانية للدوال والعلاقات

الاسم: \_\_\_\_\_

1- استخدام التمثيلات البيانية للدوال في تقدير قيم الدوال وإيجاد المجال والمدى والتقاطعات مع المحور الرأسي y وأصفار الدوال.

في هذا الدرس سوف نتعلم:

2- استكشاف التناظر في التمثيلات البيانية وتحديد الدوال الفردية والزوجية.

## تقدير قيم الدوال

استعمل التمثيل البياني المجاور للدالة للإجابة عما يأتي:

$$R(t) = 17.7t^3 - 269t^2 + 1458t - 910, 1 \leq t \leq 10.$$

a. استخدم التمثيل البياني في تقدير إجمالي عوائد الدعاية عبر الإنترنت في 2007. تأكد من التقدير جبرياً.

b. استخدم التمثيل البياني في تقدير العام الذي بلغ فيه إجمالي عوائد الإعلان عبر الإنترنت 2 مليار AED. تأكد من التقدير جبرياً.

$$x = 2007 - 1998 = 9$$

$$y = R(9) = 3300 \text{ مليون درهم}$$

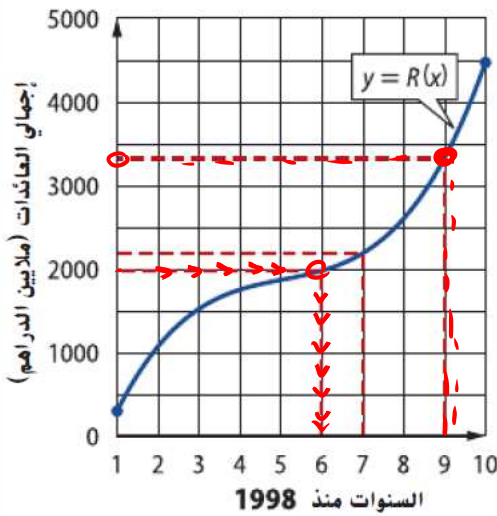
$$R(9) = 17.7(9)^3 - 269(9)^2 + 1458(9) - 910 = 3326.3 \text{ مليون}$$

$$\text{عند } y = 2'000'000'000 = 2000 \text{ مليون}$$

$$x = 6 \Rightarrow 1998 + 6 = 2004$$

$$R(6) = 17.7(6)^3 - 269(6)^2 + 1458(6) - 910 = 1977.2 \text{ مليون}$$

## عوائد الدعاية عبر الإنترنت بالسنة

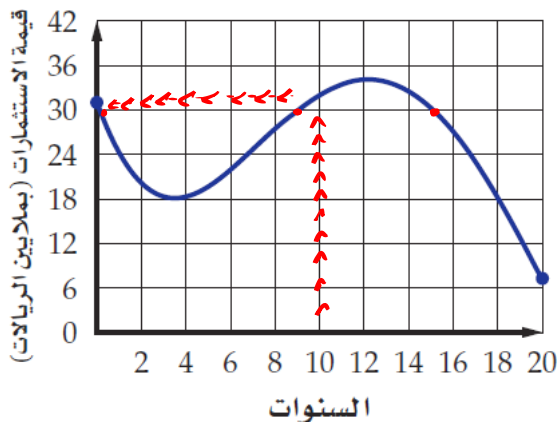


**استثمار:** تمثل الدالة:  $v(d) = 0.002d^4 - 0.11d^3 + 1.77d^2 - 8.6d + 31, 0 \leq d \leq 20$  تقديرًا لاستثمارات أحد رجال الأعمال في السوق المحلية؛ حيث  $v(d)$  قيمة الاستثمارات بملايين الريالات في السنة  $d$ .

**1A** استعمل التمثيل البياني لتقدير قيمة الاستثمارات في السنة العاشرة. ثم تحقق من إجابتك جبرياً.

**1B** استعمل التمثيل البياني لتحديد السنوات التي بلغت فيها قيمة الاستثمارات 30 مليون ريال. ثم تحقق من إجابتك جبرياً.

## قيم الاستثمار



**بياناً** في السنة العاشرة وصل الاستثمار 32 مليون تقريباً.

$$v(10) = 0.002(10)^4 - 0.11(10)^3 + 1.77(10)^2 - 8.6(10) + 31$$

$$= 32 \text{ مليون}$$

**بياناً** بلغت الاستثمارات 30 مليون عند السنوات

$$\frac{1}{4}, 9, 15$$

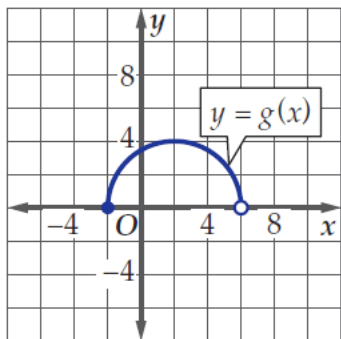
$$v(\frac{1}{4}) \approx 28.9$$

$$v(9) \approx 29.9$$

$$v(15) = 30.25$$

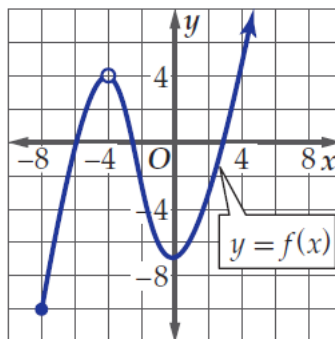
إيجاد المجال والهدى

أوجد مجال الدالة ومداهما باستعمال التمثيل البياني.



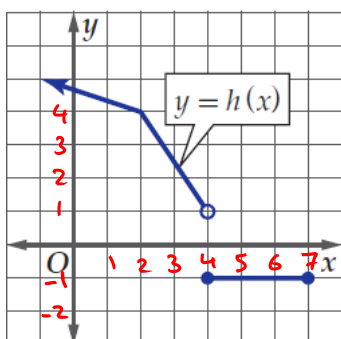
المجال =  $[-2, 6]$

الهدى =  $[0, 4]$



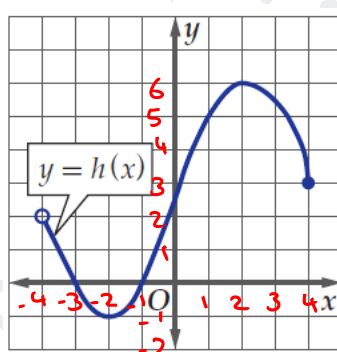
المجال =  $[-8, -4] \cup (-4, \infty)$

الهدى =  $[-10, \infty)$



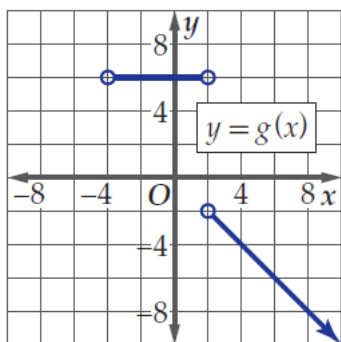
المجال =  $(-\infty, 7]$

الهدى =  $\{-1\} \cup (1, \infty)$



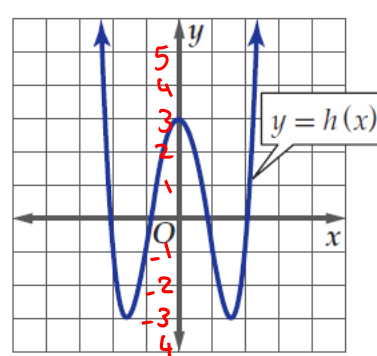
المجال =  $(-4, 4]$

الهدى =  $[-1, 6]$



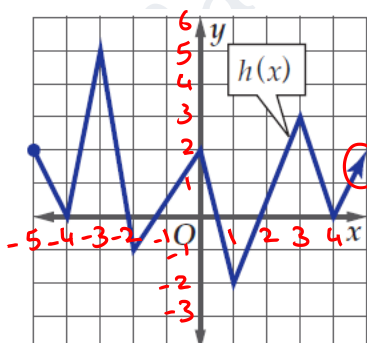
المجال =  $(-4, 2) \cup (2, \infty)$

الهدى =  $(-\infty, -2) \cup \{6\}$



المجال =  $\mathbb{R}$

الهدى =  $[-3, \infty)$

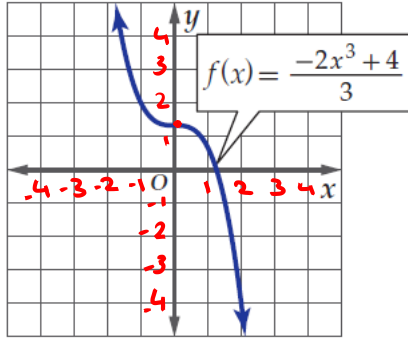


المجال =  $[-5, \infty)$

الهدى =  $[-2, \infty)$

## إيجاد التقاطع مع المحور الرأسي y

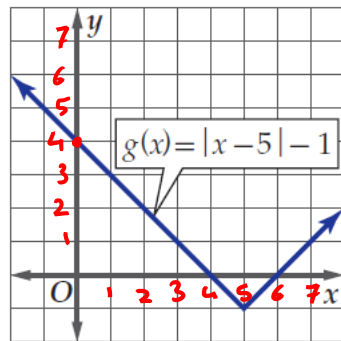
استعمل التمثيل البياني لكل من الدالتين أدناه، لإيجاد قيمة تقريبية للمقطع y، ثم أوجد جبرياً:



\* من الرسم : يقطع المنحنى محور y عند 1.4 تقريباً

\* الحساب الجبري لقطع y :  $x = 0$

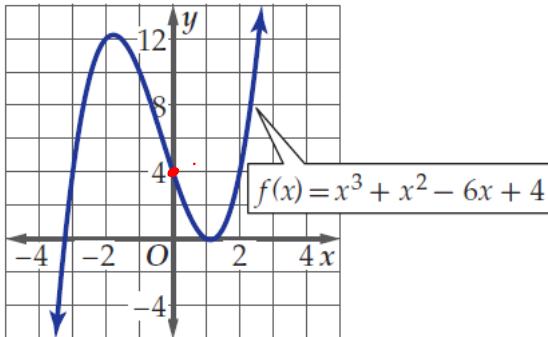
$$f(0) = \frac{-2(0)^3 + 4}{3} = \frac{4}{3} = 1\frac{1}{3} = 1.33$$



\* من الرسم : يقطع المنحنى محور y عند 4

\* الحساب الجبري :  $x = 0$

$$g(0) = |0 - 5| - 1 = 5 - 1 = 4$$

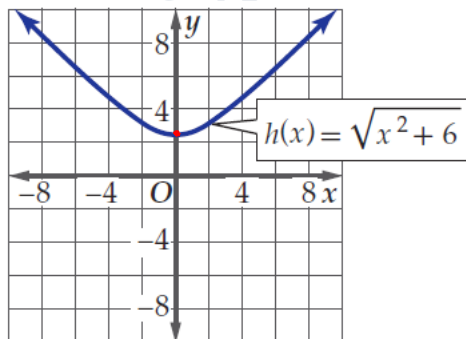


\* من الرسم : يقطع y عند 4

\* الحساب الجبري :

$$y = 0^3 + 0^2 - 6(0) + 4 \rightarrow x = 0$$

$$y = 4$$



\* من الرسم : يقطع 2.3

\* الحساب الجبري :

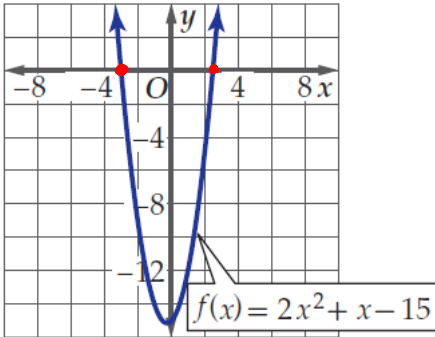
$$x = 0 \rightarrow y = \sqrt{0^2 + 6} = \sqrt{6}$$

$$\approx 2.449$$

## إيجاد الأصفار

تُسمى المقاطع  $x$  لمنحنى الدالة أصفار الدالة، وتُسمى حلول المعادلة المرافقة للدالة جذور المعادلة. ولإيجاد أصفار دالة  $f$ ، فإننا نحل المعادلة  $f(x) = 0$  بالنسبة للمتغير المستقل.

استعمل التمثيل البياني الذي يمثل الدالة، لإيجاد قيم تقريبية لأصفارها، ثم أوجد هذه الأصفار جبريًا.



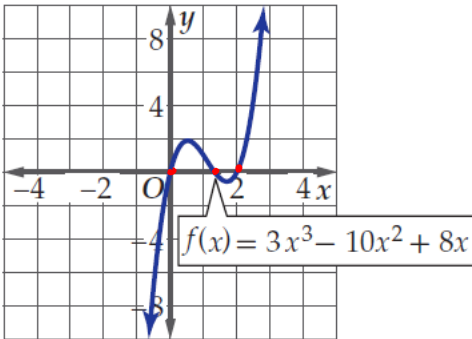
\* من الرسم: هناك صفران عند  $x = -3$  و  $x = 2.5$

\* الحل الجبري:  $2x^2 + x - 15 = 0$

$$(2x - 5)(x + 3) = 0$$

$$\text{لذا، } (2x - 5) = 0 \rightarrow x = \frac{5}{2} = \boxed{2.5}$$

$$\text{و، } (x + 3) = 0 \rightarrow x = \boxed{-3}$$



\* من الرسم: هناك 3 أصفار  $x = 0$  /  $x = 1.4$  /  $x = 2$

\* الحل الجبري:  $3x^3 - 10x^2 + 8x = 0$

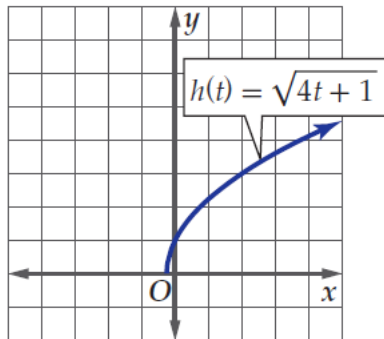
$$x(3x^2 - 10x + 8) = 0$$

$$x(3x - 4)(x - 2) = 0$$

$$\boxed{x = 0} / 3x - 4 = 0 / x - 2 = 0$$

$$x = \frac{4}{3}$$

$$x = 2$$

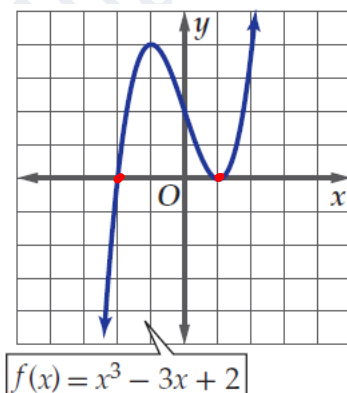


\* من الرسم: هناك صفر واحد عند  $t = -0.25$  تقريبًا

\* الحل الجبري:  $\sqrt{4t + 1} = 0$

$$4t + 1 = 0$$

$$\boxed{t = -\frac{1}{4}}$$



\* من الرسم: هناك صفران  $x = -2$  /  $x = 1$

\* الحل الجبري:  $x^3 - 3x + 2 = 0$

لذا، افترضنا أن  $x = 1$  صفر للدالة  $(x - 1)$  نستخدم النسبة التركيبية

$$\begin{array}{r|rrrr} 1 & 1 & 0 & -3 & 2 \\ & & 1 & 1 & -2 \\ \hline & 1 & 1 & -2 & 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} x^3 - 3x + 2 = 0 \\ (x - 1)(x + 2)(x - 1) = 0 \end{array}$$

$$\Rightarrow x^3 - 3x + 2 = (x - 1)(x^2 + x - 2) = (x - 1)(x + 2)(x - 1) \Rightarrow \boxed{x = 1}, \boxed{x = -2}, \boxed{x = 1}$$

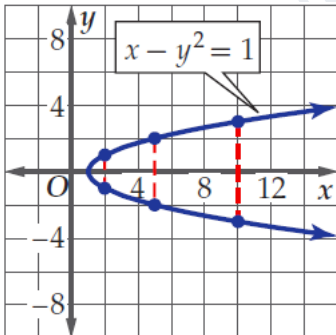
## اختبار التناظر

## اختبارات التماثل

## مفهوم أساسي

الاختبار الجبري	النموذج	اختبار التمثيل البياني
إذا كان تعويض $-y$ مكان $y$ يعطي معادلة مكافئة .		يكون تمثيل العلاقة البياني متماثلاً حول المحور $x$ ، إذا وفقط إذا تحقق الشرط التالي: إذا كانت النقطة $(x, y)$ واقعة على التمثيل البياني، فإن النقطة $(x, -y)$ تقع عليه أيضاً.
إذا كان تعويض $-x$ مكان $x$ يعطي معادلة مكافئة .		يكون تمثيل العلاقة البياني متماثلاً حول المحور $y$ ، إذا وفقط إذا تحقق الشرط التالي: إذا كانت النقطة $(x, y)$ واقعة على التمثيل البياني، فإن النقطة $(-x, y)$ تقع عليه أيضاً.
إذا كان تعويض $-x$ مكان $x$ و $-y$ مكان $y$ يعطي معادلة مكافئة.		يكون تمثيل العلاقة البياني متماثلاً حول نقطة الأصل، إذا وفقط إذا تحقق الشرط التالي: إذا كانت النقطة $(x, y)$ واقعة على التمثيل البياني، فإن النقطة $(-x, -y)$ تقع عليه أيضاً.

استعمل التمثيل البياني لاختبار التماثل حول المحور  $x$  والمحور  $y$  ونقطة الأصل.  
عزز إجابتك عددياً، ثم تحقق منها جبرياً.



من الرسم نرى أنه الشكل متماثل حول محور  $x$  حيث أنه لكل  $(x, y)$  تقع على المنحنى أيضاً  $(x, -y)$  تقع على المنحنى أيضاً

$$\begin{array}{r|rrrr} x & 1 & 5 & 5 & 10 & 10 \\ y & 1 & 2 & -2 & 3 & -3 \end{array}$$

أنه متماثل

جبرياً :

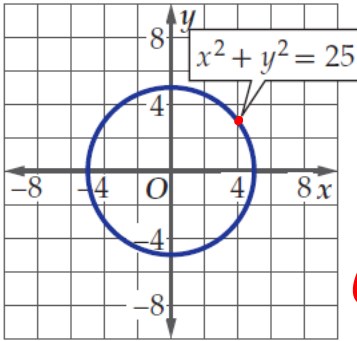
$$x - y^2 = 1 \quad \text{نرى أنه} \quad x - (-y)^2 = 1 \quad \text{من نفسه التعبير}$$

وبذلك يكون التمثيل البياني متماثل حول محور  $x$

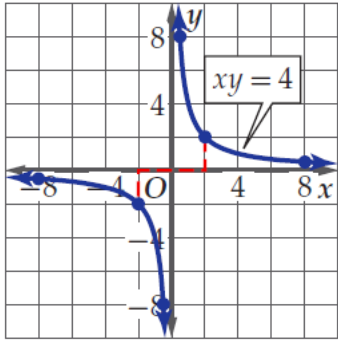


## اختبار التناظر

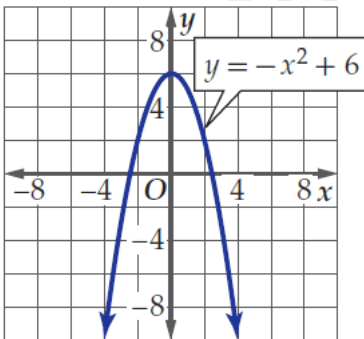
استعمل التمثيل البياني لاختبار التماثل حول المحور  $x$  والمحور  $y$  ونقطة الأصل.  
عزز إجابتك عدديًا، ثم تحقق منها جبريًا.



- \* يتضح من الرسم أنه متماثل حول محور  $x$  لأنه لكل نقطة  $(x, y)$  تقع على المنحنى هناك
- المنحنى هناك  $(x, -y)$  تقع على المنحنى أيضًا
- وكذلك متماثل حول محور  $y$  لأنه لكل نقطة  $(x, y)$  تقع على المنحنى هناك
- $(-x, y)$  أيضًا تقع على المنحنى / أمثلة عددية  $(4, 3), (4, -3), (-4, 3)$
- \* جبريًا  $x^2 + (-y)^2 = x^2 + y^2 = 25$  هي نفس المعادلة  $x^2 + y^2 = 25$  متماثل حول محور  $x$
- $(-x)^2 + y^2 = x^2 + y^2 = 25$  هي نفس المعادلة  $x^2 + y^2 = 25$  متماثل حول محور  $y$



- \* يتضح من الرسم أنه متماثل حول نقطة الأصل
- حيث أنه لكل نقطة  $(x, y)$  تقع على المنحنى هناك  $(-x, -y)$  تقع
- أيضًا على المنحنى
- \* أمثلة عددية  $(1, 4), (-1, -4), (4, 1), (-4, -1)$
- \* جبريًا التبديل  $(-x)(-y) = xy = 4$  صوره  $xy = 4$
- بالتالي المنحنى متماثل حول نقطة الأصل



- \* يتضح من الرسم أنه متماثل حول محور  $y$  حيث أنه لكل نقطة  $(x, y)$
- تقع على المنحنى هناك  $(-x, y)$  تقع أيضًا على المنحنى
- \* أمثلة عددية  $(2, 2), (-2, 2), (1, 5), (-1, 5)$
- \* جبريًا: التبديل  $y = -(-x)^2 + 6 = -x^2 + 6$  صوره  $y = -x^2 + 6$
- وبالتالي فإنه المنحنى متماثل حول محور  $y$

## تحديد الدوال الزوجية والدوال الفردية

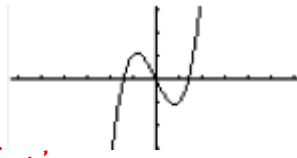
## الدوال الزوجية والدوال الفردية

## مفهوم أساسي

الاختبار الجبري	نوع الدالة
لكل $x$ في مجال $f$ ، فإن $f(-x) = f(x)$ .	تسمى الدوال المتماثلة حول المحور $y$ الدوال الزوجية.
لكل $x$ في مجال $f$ ، فإن $f(-x) = -f(x)$ .	تسمى الدوال المتماثلة حول نقطة الأصل الدوال الفردية.

استعمل الحاسبة البيانية لتمثيل كل دالة مما يأتي بيانيًا. ثم حلل منحناها لتحديد إن كانت الدالة زوجية أم فردية أم غير ذلك. ثم تحقق من إجابتك جبريًا.

$$f(x) = x^3 - 2x$$



الرسم يتضح أنها متناظرة حول نقطة الأصل يعني الدالة فردية

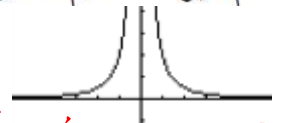
$$f(-x) = (-x)^3 - 2(-x)$$

$$= -x^3 + 2x$$

$$= -[x^3 - 2x] = -f(x)$$

فردية

$$f(x) = \frac{2}{x^2}$$



الرسم يتضح أنه متناظر حول محور  $y$  يعني الدالة زوجية

$$f(-x) = \frac{2}{(-x)^2}$$

$$= \frac{2}{x^2} = f(x)$$

زوجية

$$f(x) = x^4 + 2$$



الرسم يتضح أنه متناظر حول محور  $y$  يعني الدالة زوجية

$$f(-x) = (-x)^4 + 2$$

$$= x^4 + 2 = f(x)$$

زوجية

$$g(x) = 4\sqrt{x}$$



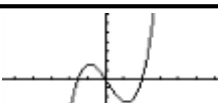
الرسم لا يظهر أنه متناظر يعني الدالة ليست زوجية وليست فردية

$$g(-x) = 4\sqrt{-x}$$

$$\neq g(x) \neq -g(x)$$

ليست زوجية وليست فردية

$$f(x) = x^3 - 0.5x^2 - 3x$$



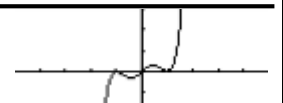
الرسم ليس متناظر يعني الدالة ليست زوجية وليست فردية

$$f(-x) = (-x)^3 - 0.5(-x)^2 - 3(-x)$$

$$= -x^3 - 0.5x^2 + 3x \neq f(x) \neq -f(x)$$

ليست زوجية وليست فردية

$$h(x) = x^5 - 2x^3 + x$$



الرسم متناظر حول نقطة الأصل يعني الدالة فردية

$$f(-x) = (-x)^5 - 2(-x)^3 + (-x)$$

$$= -x^5 + 2x^3 - x$$

$$= -[x^5 - 2x^3 + x] = -f(x)$$

فردية