

تم تحميل هذا الملف من موقع المناهج الإماراتية



الملف أوراق عمل الوحدة الحادية عشرة المتطابقات والمعادلات المثلثية

[موقع المناهج](#) ← [المناهج الإماراتية](#) ← [الصف الحادي عشر العام](#) ← [رياضيات](#) ← [الفصل الثالث](#)

روابط مواقع التواصل الاجتماعي بحسب الصف الحادي عشر العام



روابط مواد الصف الحادي عشر العام على تلغرام

[الرياضيات](#)

[اللغة الانجليزية](#)

[اللغة العربية](#)

[التربية الاسلامية](#)

المزيد من الملفات بحسب الصف الحادي عشر العام والمادة رياضيات في الفصل الثالث

<a href="#">مراجعة الوحدة التاسعة (أوراق عمل)</a>	1
<a href="#">مقررات الفصل الثالث</a>	2
<a href="#">مراجعة محلولة في</a>	3
<a href="#">امتحان نهاية الفصل الثالث لعام</a>	4
<a href="#">مراجعة شاملة لأهم مواضيع الفصل الثالث</a>	5



# الوحدة 11

المتطابقات والمعادلات المثلثية



2- استخدام المتطابقات المثلثية لتبسيط العبارات.

1- استخدام المتطابقات المثلثية لإيجاد قيم الدوال المثلثية.

في هذا الدرس سوف نتعلم:

## المتطابقات المثلثية الأساسية

## مفهوم أساسي

$$\cot \theta = \frac{\cos \theta}{\sin \theta}, \sin \theta \neq 0$$

$$\tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta}, \cos \theta \neq 0$$

المتطابقات النسبية:

$$\csc \theta = \frac{1}{\sin \theta}, \sin \theta \neq 0$$

$$\sin \theta = \frac{1}{\csc \theta}, \csc \theta \neq 0$$

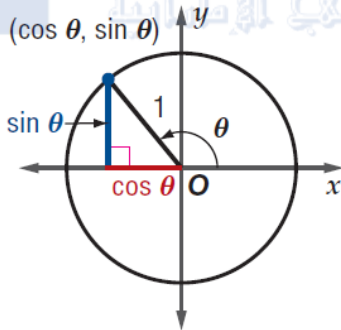
متطابقات المقلوب:

$$\sec \theta = \frac{1}{\cos \theta}, \cos \theta \neq 0$$

$$\cos \theta = \frac{1}{\sec \theta}, \sec \theta \neq 0$$

$$\cot \theta = \frac{1}{\tan \theta}, \tan \theta \neq 0$$

$$\tan \theta = \frac{1}{\cot \theta}, \cot \theta \neq 0$$



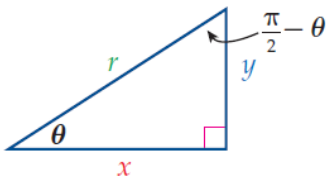
$$\cos^2 \theta + \sin^2 \theta = 1$$

متطابقات فيثاغورس:

$$\tan^2 \theta + 1 = \sec^2 \theta$$

$$\cot^2 \theta + 1 = \csc^2 \theta$$

حسب نظرية فيثاغورس  $\cos^2 \theta + \sin^2 \theta = 1$



$$\sin \left( \frac{\pi}{2} - \theta \right) = \cos \theta$$

متطابقات الزاويتين

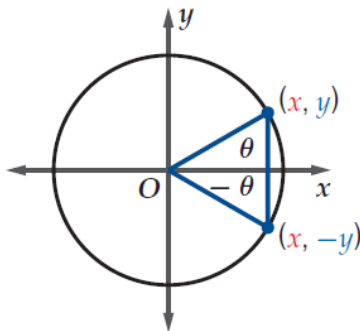
$$\cos \left( \frac{\pi}{2} - \theta \right) = \sin \theta$$

المتتامتين:

$$\tan \left( \frac{\pi}{2} - \theta \right) = \cot \theta$$

$$\sin \theta = \frac{y}{r} = \cos \left( \frac{\pi}{2} - \theta \right)$$

$$\tan \theta = \frac{y}{x} = \cot \left( \frac{\pi}{2} - \theta \right)$$



$$\sin (-\theta) = -\sin \theta$$

متطابقات الدوال الزوجية

$$\cos (-\theta) = \cos \theta$$

والدوال الفردية:

$$\tan (-\theta) = -\tan \theta$$

$$\sin \theta = y \quad \sin (-\theta) = -y$$

$$\cos \theta = x \quad \cos (-\theta) = x$$



Find the exact value of each expression.

جد القيمة الدقيقة لكل تعبير مما يلي.

1. If  $\cot \theta = 2$ , find  $\tan \theta$ ;  $0^\circ < \theta < 90^\circ$ .

2. If  $\sin \theta = \frac{4}{5}$ , find  $\cos \theta$ ;  $0^\circ < \theta < 90^\circ$ .

17. If  $\cos \theta = \frac{5}{13}$ , find  $\sin \theta$ ;  $270^\circ < \theta < 360^\circ$ .

15. If  $\cot \theta = \frac{1}{4}$ , find  $\csc \theta$ ;  $180^\circ < \theta < 270^\circ$ .

Simplify each expression.

بسّط كلاً من التعابير التالية.

5.  $\tan \theta \cos^2 \theta$

6.  $\csc^2 \theta - \cot^2 \theta$

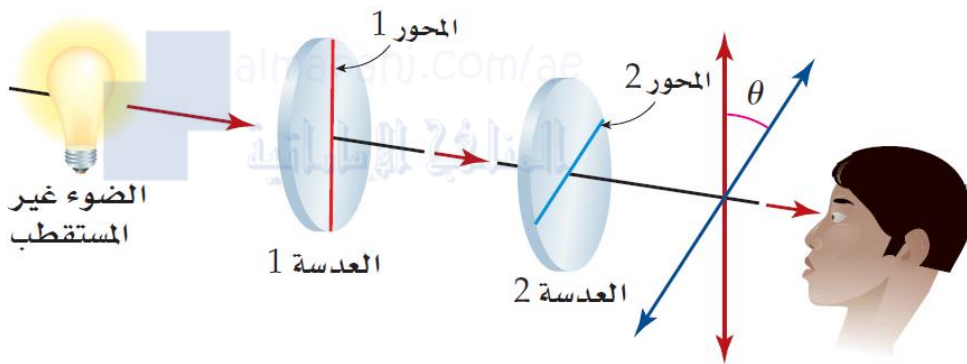
7.  $\frac{\cos \theta \csc \theta}{\tan \theta}$



**(8) المثابرة:** عندما يمر الضوء من خلال عدسة مستقطبة للضوء، فإن شدة الضوء المار بهذه العدسة سيقبل بمقدار النصف، ثم إذا مرّ الضوء بعدسة أخرى بحيث يكون محور هذه العدسة يصنع زاوية قياسها  $\theta$  مع محور العدسة الأولى، فإن شدة الضوء تقل مرة أخرى. يمكننا إيجاد شدة الضوء باستعمال الصيغة  $I = I_0 - \frac{I_0}{\csc^2 \theta}$ ، حيث  $I_0$  شدة الضوء القادمة من العدسة الأولى المستقطبة،  $I$  هي شدة الضوء الخارجة من العدسة الثانية،  $\theta$  الزاوية بين محوري العدستين.

(a) بسّط الصيغة بدلالة  $\cos \theta$ .

(b) استعمل الصيغة المبسطة؛ لمعرفة شدة الضوء المار بالعدسة الثانية بدلالة شدة الضوء قبل المرور بها إذا كان محور العدسة الثانية يصنع زاوية قياسها  $30^\circ$  مع محور العدسة الأولى.



**8) PERSEVERANCE** When unpolarized light passes through polarized sunglass lenses, the intensity of the light is cut in half. If the light then passes through another polarized lens with its axis at an angle of  $\theta$  to the first, the intensity of the light is again diminished. The intensity of the emerging light can be found by using the formula  $I = I_0 - \frac{I_0}{\csc^2 \theta}$ , where  $I_0$  is the intensity of the light incoming to the second polarized lens,  $I$  is the intensity of the emerging light, and  $\theta$  is the angle between the axes of polarization.

a. Simplify the formula in terms of  $\cos \theta$ .  $I = I_0 \cos^2 \theta$

b. Use the simplified formula to determine the intensity of light that passes through a second polarizing lens with axis at  $30^\circ$  to the original.  $I = \frac{3}{4} I_0$ ; The light has three fourths the intensity it had before passing through the second polarizing lens.



1- إثبات صحة المتطابقات المثلثية بتحويل أحد طرفيها إلى الآخر.

2- إثبات صحة المتطابقات المثلثية بتحويل كلاً من طرفيها إلى العبارة نفسها.

في هذا الدرس سوف أتعلم:

PRECISION Verify that each equation is an identity.

الدقة: أثبت صحة كل متطابقة فيما يأتي:

1)  $\cot \theta + \tan \theta = \frac{\sec^2 \theta}{\tan \theta}$

2)  $\cos^2 \theta = (1 + \sin \theta)(1 - \sin \theta)$

3)  $\sin \theta = \frac{\sec \theta}{\tan \theta + \cot \theta}$

4)  $\tan^2 \theta = \frac{1 - \cos^2 \theta}{\cos^2 \theta}$

5)  $\tan^2 \theta \csc^2 \theta = 1 + \tan^2 \theta$

6)  $\tan^2 \theta = (\sec \theta + 1)(\sec \theta - 1)$



(7) الاختيار من متعدد: ما التعبير الذي يمكن استخدامه لتشكيل متطابقة فيها  $\frac{\tan^2 \theta + 1}{\tan^2 \theta}$  ؟

7) MULTIPLE CHOICE Which expression can be used to form an identity with  $\frac{\tan^2 \theta + 1}{\tan^2 \theta}$  ?

A)  $\sin^2 \theta$

B)  $\cos^2 \theta$

C)  $\tan^2 \theta$

D)  $\csc^2 \theta$





**18) الإلكترونيات:** يمر تيار كهربائي متردد في دائرة كهربائية، وتعطى شدة هذا التيار  $c$  بالأمبير بعد  $t$  ثانية بالصيغة

$$c = 2 \sin(120t)$$

(a) أعد كتابة الصيغة، باستعمال مجموع زاويتين.

(b) استعمل المتطابقة المثلثية لمجموع زاويتين من الزوايا الخاصة؛ لإيجاد القيمة الدقيقة لشدة التيار بعد ثانية واحدة.

**18) ELECTRONICS** In a certain circuit carrying alternating current, the formula  $c = 2 \sin(120t)$  can be used to find the current  $c$  in amperes after  $t$  seconds.

a. Rewrite the formula using the sum of two angles.  $c = 2 \sin(90t + 30t)$

b. Use the sum of angles formula to find the exact current at  $t = 1$  second.  $\sqrt{3}$  amperes

Verify that each equation is an identity.

أثبت صحة كل متطابقة فيما يلي.

**8)**  $\sin(90^\circ + \theta) = \cos \theta$

**9)**  $\cos\left(\frac{3\pi}{2} - \theta\right) = -\sin \theta$

**10)**  $\tan\left(\theta + \frac{\pi}{2}\right) = -\cot \theta$

**22)**  $\tan(\theta + 45^\circ) = \frac{1 + \tan \theta}{1 - \tan \theta}$





14)  $\cos \theta = \frac{3}{5}$  ;  $\frac{3\pi}{2} < \theta < 2\pi$



5)  $\tan \theta = -\frac{8}{15}$  ;  $90^\circ < \theta < 180^\circ$



Find the exact value of each expression.

بدون استخدام الآلة الحاسبة أوجد القيمة الدقيقة لكل تعبير مما يلي.

7)  $\sin \frac{\pi}{8}$

8)  $\cos 15^\circ$

9) **كرة قدم:** ركل لاعب كرة قدم الكرة بزاوية قياسها  $37^\circ$  مع سطح الأرض، وبسرعة ابتدائية متجهة  $16 \text{ m/s}$ . إذا كانت المسافة الأفقية  $d$  التي تقطعها الكرة تعطى بالصيغة  $d = \frac{2v^2 \sin \theta \cos \theta}{g}$  حيث  $g$  تسارع الجاذبية الأرضية ويساوي  $10 \text{ m/s}^2$ ، و  $v$  تمثل السرعة الابتدائية المتجهة.



(a) بسط الصيغة مستخدمًا المتطابقات المثلثية لضعف الزاوية.  
(b) ما المسافة  $d$  التي تقطعها الكرة باستخدام الصيغة المبسطة؟

9) **SOCCER** A soccer player kicks a ball at an angle of  $37^\circ$  with the ground with an initial velocity of 16 meters per second. The distance  $d$  that the ball will go in the air if it is not blocked is given by  $d = \frac{2v^2 \sin \theta \cos \theta}{g}$ . In this formula,  $g$  is the acceleration due to gravity and is equal to 10 meters per second squared, and  $v$  is the initial velocity.

- a. Simplify this formula by using a double-angle identity.  $d = \frac{v^2 \sin 2\theta}{g}$   
b. Using the simplified formula, how far will this ball go?  $\approx 24 \text{ m}$



Verify that each equation is an identity.

أثبت صحة كل متطابقة فيما يلي.

$$10) \tan \theta = \frac{1 - \cos 2\theta}{\sin 2\theta}$$

---



---



---

$$11) (\sin \theta + \cos \theta)^2 = 1 + 2 \sin \theta \cos \theta$$

---



---



---

$$27) 1 + \frac{1}{2} \sin 2\theta = \frac{\sec \theta + \sin \theta}{\sec \theta}$$

---



---



---

$$28) \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2} = \frac{\sin \theta}{2}$$

---



---



---

$$29) \tan \frac{\theta}{2} = \frac{\sin \theta}{1 + \cos \theta}$$

---



---



---



2- تمييز الحلول الدخيلة للمعادلات المثلثية.

1- حل المعادلات المثلثية.

في هذا الدرس سوف أتعلم:

الانتظام حل كل معادلة مما يلي إذا كانت  $0^\circ \leq \theta \leq 360^\circ$ .  $0^\circ \leq \theta \leq 360^\circ$  Solve each equation if  $0^\circ \leq \theta \leq 360^\circ$ . **REGULARITY**

2)  $\cos^2 \theta + 2 \cos \theta + 1 = 0$

5)  $\cos \theta = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

Solve each equation for all values of  $\theta$  if  $\theta$  is measured in radians.حل كل معادلة مما يلي لإيجاد كل قيم  $\theta$  إذا كان قياس  $\theta$  بالراديان:

10)  $2 \cos^2 \theta = 1$

12)  $\sin \frac{\theta}{2} + \cos \frac{\theta}{2} = \sqrt{2}$



Solve each equation for all values of  $\theta$  if  $\theta$  is measured in degrees.

حل كل معادلة مما يلي لإيجاد كل قيم  $\theta$  إذا كان قياس  $\theta$  بالدرجات:

15)  $\cos 2\theta - \sin^2 \theta + 2 = 0$

---



---



---



---

18)  $\cos \theta - 2 \cos \theta \sin \theta = 0$

---



---



---



---

Solve each equation.

حل كل من المعادلات التالية.

22)  $\sin^2 2\theta + \cos^2 \theta = 0$

---



---



---



---

23)  $\tan^2 \theta + 2 \tan \theta + 1 = 0$

---



---



---



---