حل أوراق عمل دروس الوحدة 10 الدوال المثلثية

	almanahj.com/ae 2024 2025 موقع المناهج الإماراتية

تم تحميل هذا الملف من موقع المناهج الإماراتية	
موقع المناهج ⇦ المناهج الإماراتية ⇦ الصف الحادي عشر العام ⇦ رياضيات ⇦ الفصل الثالث ⇦ ملفات متنوعة ⇦ الملف	
تاريخ إضافة الملف على موقع المناهج: 2025-04-25 10:31:26	
المزيد من مادة رياضيات:	ملفات ا كتب للمعلم ا كتب للطالب ا اختبارات الكترونية ا اختبارات ا حلول ا عروض بوربوينت ا أوراق عمل منهج انجليزي ا ملخصات وتقارير ا مذكرات وبنوك ا الامتحان النهائي ا للمدرس
	إعداد: مصطفى أسامة علام

التواصل الاجتماعي بحسب الصف الحادي عشر العام					
صفحة المناهج الإماراتية على فيسبوك					
المواد على تلغرام	التربية الاسلامية	اللغة العربية	اللغة الانجليزية	الرياضيات	

المزيد من الملفات بحسب الصف الحادي عشر العام والمادة رياضيات في الفصل الثالث	
1	مقرر الدروس المطلوبة الفصل الثالث منهج بريدج
2	الخطة الفصلية لتوزيع المقرر منهج بريدج
3	حل أسئلة الامتحان النهائي القسم الالكتروني منهج ريفيل
4	أسئلة الامتحان النهائي القسم الورقي منهج بريدج
5	حل تجميعة أسئلة صفحات الكتاب وفق الهيكل الوزاري منهج بريدج

اضغط هنا للحصول على الملزمة بدون حل

اضغط هنا للاشتراك في قناة شرح هذه الملزمة بالفيديو أو امسح الباركود الموجود في كل صفحة

الوحدة 10

الدوال المثلثية

@MUSTAFAALLAM

اضغط هنا للاشتراك في قناة شرح هذه الملزمة بالفيديو أو امسح الباركود الموجود في كل صفحة

ورقة عمل الحادي عشر العام

10-1 النسب المثلثية في المثلثات القائمة

في هذا الدرس سوف أتعلم:

1– إيجاد قيم النسب المثلثية للزوايا الحادة.

2– استخدام النسب المثلثية لإيجاد أطوال أضلاع المثلثات القائمة وقياسات زواياها.

النسب المثلثية

بالكلمات	جبريًا
جيب الزاوية θ sine (sin θ) هو نسبة طول الضلع المقابل لهذه الزاوية إلى طول الوتر.	$\sin\theta = \frac{\text{مقابل}}{\text{وتر}}$
جيب تمام الزاوية θ cosine (cos θ) هو نسبة طول الضلع المجاور لهذه الزاوية إلى طول الوتر.	$\cos\theta = \frac{\text{مجاور}}{\text{وتر}}$
ظل الزاوية θ tangent (tan θ) هو نسبة طول الضلع المقابل لهذه الزاوية إلى طول الضلع المجاور لها.	$\tan\theta = \frac{\text{مقابل}}{\text{مجاور}}$

النظائر الضربية للنسب المثلثية

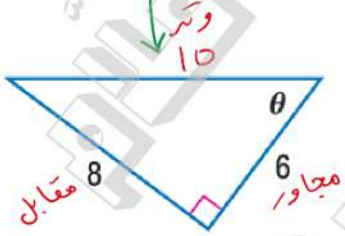
لفظيًا	جبريًا
قاطع تمام الزاوية θ Cosecant (csc θ) هو النظير الضربي للنسبة sin.	$\csc\theta = \frac{1}{\sin\theta} = \frac{\text{وتر}}{\text{مُقابل}}$
قاطع الزاوية θ Secant (sec θ) هو النظير الضربي للنسبة cos.	$\sec\theta = \frac{1}{\cos\theta} = \frac{\text{وتر}}{\text{مجاور}}$
ظل تمام الزاوية θ Cotangent (cot θ) هو النظير الضربي للنسبة tan.	$\cot\theta = \frac{1}{\tan\theta} = \frac{\text{مجاور}}{\text{مقابل}}$

الوتر $= \sqrt{6^2 + 8^2} = 10$ فيثاغورس

جد قيم النسب المثلثية الست للزاوية θ.

Find the values of the six trigonometric functions for angle θ.

1.



$\sin\theta = \frac{8}{10} = \frac{4}{5}$

$\cos\theta = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$

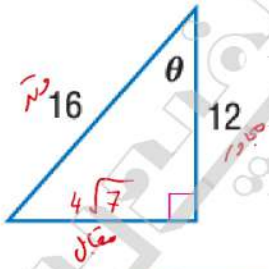
$\tan\theta = \frac{8}{6} = \frac{4}{3}$

$\csc\theta = \frac{10}{8} = \frac{5}{4}$

$\sec\theta = \frac{10}{6} = \frac{5}{3}$

$\cot\theta = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$

2.



$\sin\theta = \frac{4\sqrt{7}}{16} = \frac{\sqrt{7}}{4}$

$\cos\theta = \frac{12}{16} = \frac{3}{4}$

$\tan\theta = \frac{4\sqrt{7}}{12} = \frac{\sqrt{7}}{3}$

$\csc\theta = \frac{16}{4\sqrt{7}} = \frac{4\sqrt{7}}{7}$

$\sec\theta = \frac{16}{12} = \frac{4}{3}$

$\cot\theta = \frac{12}{4\sqrt{7}} = \frac{3\sqrt{7}}{7}$

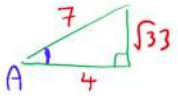
فيثاغورس $= \sqrt{16^2 - 12^2} = 4\sqrt{7}$

اضغط هنا للاشتراك في قناة شرح هذه الملزمة بالفيديو أو امسح الباركود الموجود في كل صفحة

في مثلث قائم، تكون $\angle A$ حادة. جد قيم النسب المثلثية الخمس المتبقية.

In a right triangle, $\angle A$ is acute. Find the values of the five remaining trigonometric functions.

3. $\cos A = \frac{4}{7}$ مجاور / وتر



$\sqrt{7^2 - 4^2} = \sqrt{33}$

$\sin A = \frac{\sqrt{33}}{7}$

$\cos A = \frac{4}{7}$

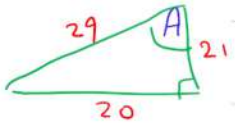
$\tan A = \frac{\sqrt{33}}{4}$

$\csc A = \frac{7}{\sqrt{33}} = \frac{7\sqrt{33}}{33}$

$\sec A = \frac{7}{4}$

$\cot A = \frac{4}{\sqrt{33}} = \frac{4\sqrt{33}}{33}$

4. $\tan A = \frac{20}{21}$ مقابل / مجاور



$\sqrt{20^2 + 21^2} = 29$

$\sin A = \frac{20}{29}$

$\cos A = \frac{21}{29}$

$\tan A = \frac{20}{21}$

$\csc A = \frac{29}{20}$

$\sec A = \frac{29}{21}$

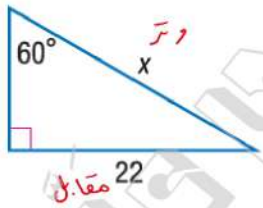
$\cot A = \frac{21}{20}$

@MUSTAFAALLAM

استخدم نسبة مثلثية لإيجاد قيمة x . قرّب إلى أقرب جزء من عشرة إذا لزم الأمر.

Use a trigonometric function to find the value of x. Round to the nearest tenth.

5

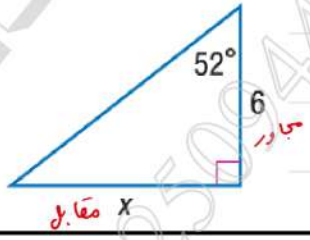


$\sin 60 = \frac{22}{x}$

$x = \frac{22}{\sin 60}$

$= \boxed{25.4}$

6.



$\tan 52 = \frac{x}{6}$

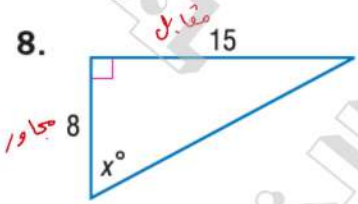
$x = 6 \tan 52$

$= \boxed{7.7}$

استخدم نسبة مثلثية لإيجاد قيمة x . قرّب إلى أقرب جزء من عشرة إذا لزم الأمر.

Use a trigonometric function to find the value of x. Round to the nearest tenth.

8.



$\tan x = \frac{15}{8}$

$x = \tan^{-1} \frac{15}{8}$

$= \boxed{61.9°}$

10.

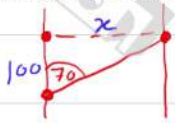
$\cos x = \frac{6}{16}$

$x = \cos^{-1} \frac{6}{16}$

$= \boxed{68°}$

11. SENSE-MAKING Omar found two trees directly across from each other in a canyon. When he moved 100 m from the tree on his side (parallel to the edge of the canyon), the angle formed by the tree on his side and the tree on the other side was 70°. Find the distance across the canyon. **about 274.7 m**

11. التبرير المنطقي وجد عمر شجرتين أمام بعضهما مباشرة على كل جانب من الوادي. عندما تحرك مسافة 100 m من الشجرة على جانبه (بشكل موازٍ مع حافة الوادي)، تشكلت زاوية قياسها 70° بالشجرة على جانبه والشجرة على الجانب الآخر. جد المسافة عبر الوادي.

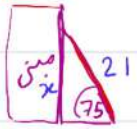


$\tan 70 = \frac{x}{100} \Rightarrow x = 100 \tan 70$

$= \boxed{274.7}$ m

12. LADDERS The recommended angle of elevation for a ladder used in firefighting is 75°. At what height on a building does a 21-m ladder reach if the recommended angle of elevation is used? Round to the nearest tenth. 20.3 m

12. السلالم زاوية الارتفاع الموصي بها للسلم المستخدم في مكافحة الحريق هي ° 75. ما الارتفاع الذي يصل إليه سلم طوله 21 m على مبنى إذا تم استخدام زاوية الارتفاع الموصي بها؟ قرّب إلى أقرب جزء من عشرة.



$$\sin 75 = \frac{x}{21} \Rightarrow x = 21 \sin 75$$
$$= \boxed{20.3} \text{ m}$$

@MUSTAFAALLAM

اضغط هنا للاشتراك في قناة شرح هذه الملزمة بالفيديو أو امسح الباركود الموجود في كل صفحة

10-2 Angles and Angle Measure

ورقة عمل الحادي عشر العام

10-2 الزوايا وقياس الزاوية

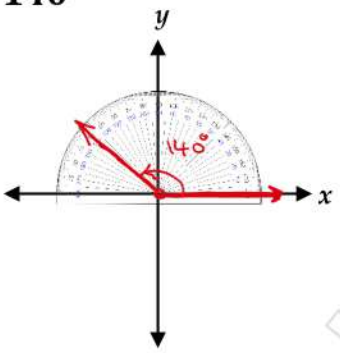
في هذا الدرس سوف أتعلم: 1 – رسم الزوايا في الوضع القياسي و إيجادها. 2– تحويل قياس زاوية من الدرجة إلى الراديان والعكس.

تكون الزاوية المُوجّهة في **الوضع القياسي Standard Position** عندما يكون رأسها عند نقطة الأصل في المستوى الإحداثي، ويقع **ضلع الابتداء Initial Side** لها على الجزء الموجب من المحور x.

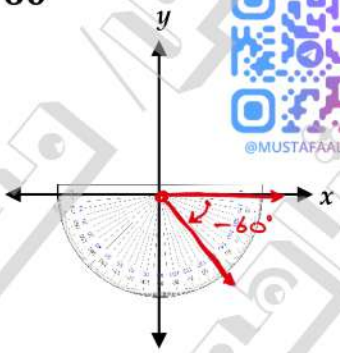
يسمّى الضلع الذي دار للزاوية **ضلع الانتهاء Terminal Side**.

ارسم زاوية في وضع قياسي حسب القياس المُعطى. Draw an angle with the given measure in standard position.

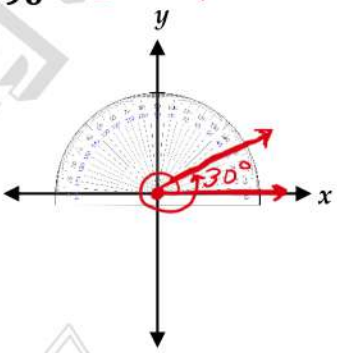
1. 140°



2. −60°



3. 390° = 360 + 30



الزوايا المتشاركة في ضلع الانتهاء Coterminal Angles هناك عدد غير منتهٍ من الزوايا المتشاركة في ضلع الانتهاء.
لتحديد قياس زاوية متشاركة في ضلع الانتهاء مع زاوية أخرى قياسها θ، أضيف أو أطرح مُضاعفًا من مضاعفات $360°$ أي قياس الدورة الكاملة فيكون: $\theta + n\,(360°)$ حيث n عدد صحيح.

جد زاوية ذات قياس موجب وزاوية ذات قياس سالب تشتركان في ضلع الانتهاء مع كل زاوية.
Find an angle with a positive measure and an angle with a negative measure that are coterminal with each angle.

4. 25°

25 + 360 = 385°

25 − 360 = 335°

6. −100°

−100 + 360 = 260

−100 − 360 = −460

تعريف الراديان

الراديان هو وحدة قياس للزوايا مبنية على مفهوم طول القوس.
يُعرَّف الراديان بأنه قياس زاوية مركزية تحدِّد قوسًا طوله r في دائرة نصف قطرها r. (طول القوس = طول نصف القطر).

تحويل قياس الزاوية بين الستيني والدائري

من القياس الستيني بالدرجة إلى القياس الدائري بالراديان	من القياس الدائري بالراديان إلى القياس الستيني بالدرجة
أضرب في $\left(\frac{\pi\,\text{rad}}{180°}\right)$	أضرب في $\left(\frac{180°}{\pi\,\text{rad}}\right)$

اضغط هنا للاشتراك في قناة شرح هذه الملزمة بالفيديو أو امسح الباركود الموجود في كل صفحة

أعد كتابة كل قياس بالدرجة بالراديان وكل قياس بالراديان بالدرجة.

Rewrite each degree measure in radians and each radian measure in degrees.

7. $\frac{\pi}{4} \times \frac{180}{\pi}$

$= \frac{180}{4}$

$= \boxed{45°}$

8. $225° \times \frac{\pi}{180}$

$= \frac{225}{180} \times \pi$

$= \boxed{\frac{5\pi}{4}}$

9. $-40° \times \frac{\pi}{180}$

$= \frac{-40}{180} \times \pi$

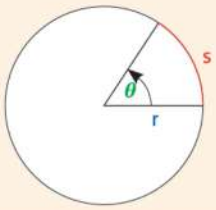
$= \boxed{-\frac{2\pi}{9}}$

30. $-\frac{7\pi}{3} \times \frac{180}{\pi}$

$= \frac{-7(180)}{3}$

$= \boxed{-420}$

قانون طول القوس



لحساب طول القوس s الذي تحدِّده زاوية مركزية قياسها θ راديان، في دائرة نصف قطرها r، أستخدم القانون.

$$s = r\theta$$

10. REASONING A tennis player's swing moves along the path of an arc. If the radius of the arc's circle is 1.2 m and the angle of rotation is 100°, what is the length of the arc? Round to the nearest tenth. **2.1 m**

10. التبرير صنع لاعب تنس دورة بيده تحركت على امتداد مسار قوس. إذا كان نصف قطر دائرة القوس هو 1.2 m وزاوية الدوران هي 100°، فما طول القوس؟ قرّب إلى أقرب جزء من عشرة.

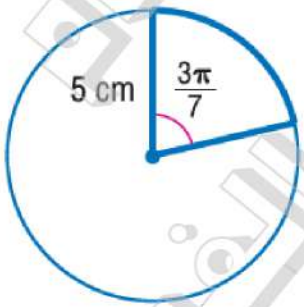
$100 \times \frac{\pi}{180} = \frac{5\pi}{9}$ ⇐ نحول الزاوية لقياس الراديان

$s = r\theta \Rightarrow s = 1.2\left(\frac{5\pi}{9}\right) = \boxed{2.1}$ m

Find the length of each arc. Round to the nearest tenth.

جد طول كل قوس. قرّب إلى أقرب جزء من عشرة.

33.



$s = r\theta$

$= 5\left(\frac{3\pi}{7}\right)$

$= \boxed{6.7}$ cm

34.

$s = r\theta$

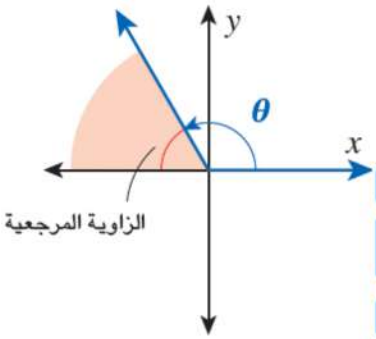
$= 27\left(\frac{10\pi}{9}\right)$

$= \boxed{94.2}$ m

اضغط هنا للاشتراك في قناة شرح هذه الملزمة بالفيديو أو امسح الباركود الموجود في كل صفحة

ورقة عمل الحادي عشر العام — 10-3 النسب المثلثية للزوايا العامة

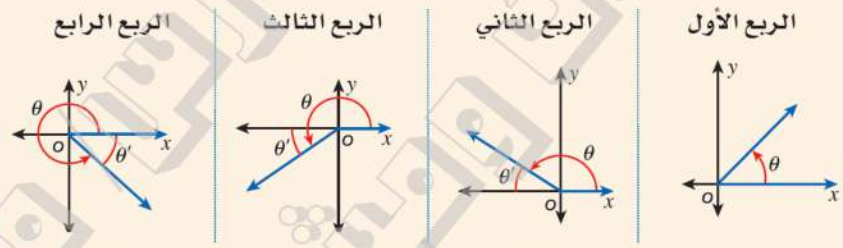
في هذا الدرس سوف أتعلم: 1 – إيجاد قيم النسب المثلثية للزوايا العامة. 2– إيجاد قيم النسب المثلثية باستخدام زوايا المرجع.



إذا كانت θ زاوية في الوضع القياسي، فإن زاويتها المرجعية θ' **Reference Angle** (زاوية الإسناد) هي الزاوية الحادة الموجبة المكوّنة من ضلع الانتهاء للزاوية والمحور x.

@MUSTAFAALLAM

الزوايا المرجعية



الربع الأول	الربع الثاني	الربع الثالث	الربع الرابع
$\theta' = \theta$	$\theta' = 180° - \theta$	$\theta' = \theta - 180°$	$\theta' = 360° - \theta$
	$\pi - \theta$	$\theta - \pi$	$2\pi - \theta$

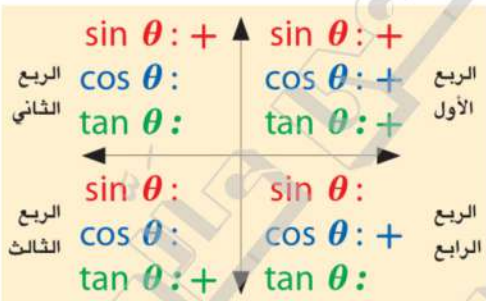
قيم النسب المثلثية للزوايا الخاصة

	sine	cosine	Tangent
$\frac{\pi}{6}$	$\sin 30° = \frac{1}{2}$	$\cos 30° = \frac{\sqrt{3}}{2}$	$\tan 30° = \frac{\sqrt{3}}{3}$
$\frac{\pi}{4}$	$\sin 45° = \frac{\sqrt{2}}{2}$	$\cos 45° = \frac{\sqrt{2}}{2}$	$\tan 45° = 1$
$\frac{\pi}{3}$	$\sin 60° = \frac{\sqrt{3}}{2}$	$\cos 60° = \frac{1}{2}$	$\tan 60° = \sqrt{3}$

النسب المثلثية

إذا كانت P نقطة على ضلع الانتهاء لزاوية θ في الوضع القياسي وكان $r = \sqrt{x^2 + y^2}$ فإن:

الظل	جيب التمام	الجيب
$\tan \theta = \frac{y}{x}$	$\cos \theta = \frac{x}{r}$	$\sin \theta = \frac{y}{r}$

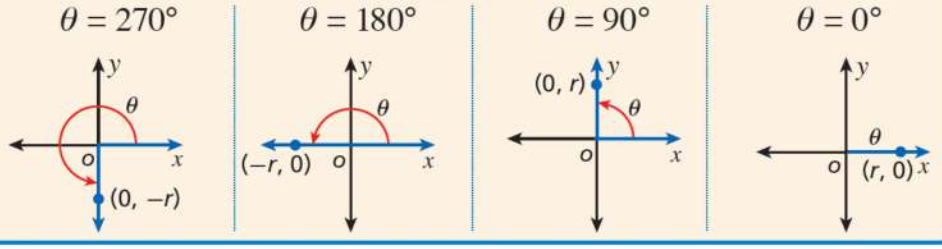


إذا وقع ضلع الانتهاء للزاوية θ في الوضع القياسي على أحد المحورين، فإن الزاوية θ تُسمّى زاوية ربعية **Quarter angle**.

النسب المثلّثية للزوايا الربعية

	θ	$\sin \theta$	$\cos \theta$	$\tan \theta$
0	0	0	1	0
$\frac{\pi}{2}$	90°	+1	0	غير مُعرّف
π	180°	0	−1	0
$\frac{3\pi}{2}$	270°	−1	0	غير مُعرّف
2π	360°	0	1	0

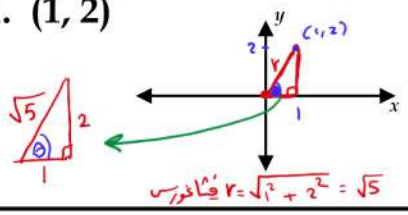
الزوايا الربعية



ضلع الانتهاء للزاوية θ الموجودة في وضع قياسي، يتضمن كل نقطة. جد القيم الدقيقة للنسب المثلثية الست لـ θ.

The terminal side of θ in standard position contains each point. Find the exact values of the six trigonometric functions of θ.

1. $(\overset{x}{1}, \overset{y}{2})$



فيثاغورس $r = \sqrt{1^2 + 2^2} = \sqrt{5}$

$\sin\theta = \frac{2}{\sqrt{5}}$ | $\csc\theta = \frac{\sqrt{5}}{2}$

$\cos\theta = \frac{1}{\sqrt{5}}$ | $\sec\theta = \frac{\sqrt{5}}{1} = \sqrt{5}$

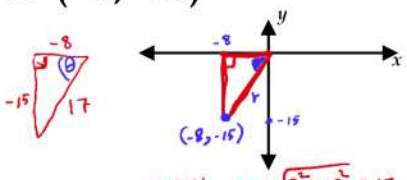
$\tan\theta = \frac{2}{1} = 2$ | $\cot\theta = \frac{1}{2}$

حل باستخدام القوانين

$\sin\theta = \frac{y}{r}$ | $\tan\theta = \frac{y}{x}$

$\cos\theta = \frac{x}{r}$

2. $(-8, -15)$



فيثاغورس $r = \sqrt{8^2 + 15^2} = 17$

$\sin\theta = \frac{-15}{17}$ | $\csc\theta = \frac{17}{-15}$

$\cos\theta = \frac{-8}{17}$ | $\sec\theta = \frac{17}{-8}$

$\tan\theta = \frac{-15}{-8} = \frac{15}{8}$ | $\cot\theta = \frac{8}{15}$

3. $(0, -4)$

$r = \sqrt{0^2 + (-4)^2} = 4$

$\frac{y}{r} \leftarrow \sin\theta = \frac{-4}{4} = -1$ | $\csc\theta = \frac{4}{-4} = -1 \rightarrow \frac{r}{y}$

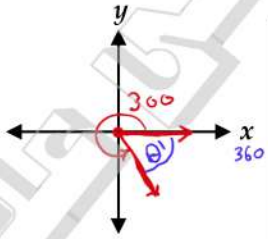
$\frac{x}{r} \leftarrow \cos\theta = \frac{0}{4} = 0$ | $\sec\theta = \frac{4}{0}$ غير معرّف $\rightarrow \frac{r}{x}$

$\frac{y}{x} \leftarrow \tan\theta = \frac{-4}{0}$ غير معرّف | $\cot\theta = \frac{0}{-4} = 0 \rightarrow \frac{x}{y}$

Sketch each angle. Then find its reference angle.

ارسم كل زاوية، ثم جد زاوية المرجع لها.

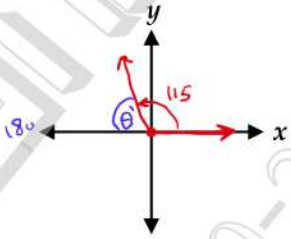
4. $300°$



$\theta' = 360 - 300$

$= 60°$

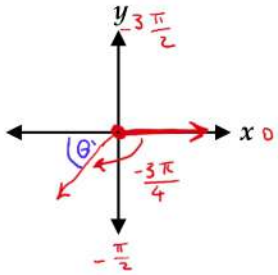
5. $115°$



$\theta' = 180 - 115$

$= 65°$

6. $-\frac{3\pi}{4}$



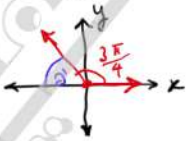
$\theta' = \pi - \frac{3\pi}{4}$

$= \frac{\pi}{4}$

Find the exact value of each trigonometric function.

جد القيمة الدقيقة لكل نسبة مثلثية مما يلي.

7. $\sin\frac{3\pi}{4}$



$\theta' = \pi - \frac{3\pi}{4} = \frac{\pi}{4}$

ملاحظة / في الربع الثاني

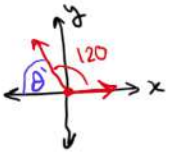
$\theta' = \pi - \theta$

$\sin\theta \rightarrow +$

$\sin\frac{3\pi}{4} = +\sin\frac{\pi}{4}$

$= \frac{\sqrt{2}}{2}$

9. $\sec 120°$



$\theta' = 180 - 120 = 60°$

ملاحظة / في الربع الثاني

$\theta' = 180 - \theta$

$\sec\theta \rightarrow -$

$\sec 120 = -\sec 60 = -\frac{1}{\cos 60}$

$= -\frac{1}{0.5} = -2$

اضغط هنا للاشتراك في قناة شرح هذه الملزمة بالفيديو أو امسح الباركود الموجود في كل صفحة

8. $\tan \frac{5\pi}{3}$

ملاحظة / في الربع الرابع

$\theta' = 2\pi - \theta$

$\tan \theta \rightarrow -$

$\theta' = 2\pi - \frac{5\pi}{3} = \frac{\pi}{3}$

$\tan \frac{5\pi}{3} = -\tan \frac{\pi}{3}$

$= -\sqrt{3}$

10. $\sin 300°$

ملاحظة / في الربع الرابع

$\theta' = 360 - \theta$

$\sin \theta \rightarrow -$

$\theta' = 360 - 300 = 60°$

$\sin 300 = -\sin 60$

$= -\frac{\sqrt{3}}{2}$

11. ENTERTAINMENT Maysa opens her portable DVD player so that it forms a 125° angle. The screen is 14 cm long.

a. Redraw the diagram so that the angle is in standard position on the coordinate plane.

b. Find the reference angle. Then write a trigonometric function that can be used to find the distance to the wall d that she can place the DVD player. 55°; $\cos 55° = \frac{d}{14}$

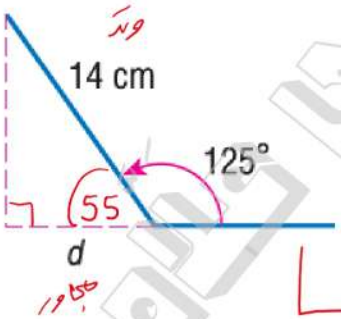
c. Use the function to find the distance. Round to the nearest tenth. 8 cm

11. الترفيه فتحت ميساء مشغل DVD المحمول بحيث يصنع زاوية 125°. ويبلغ طول الشاشة 14 cm.

a. أعد تصميم الرسم التخطيطي بحيث تكون الزاوية في وضع قياسي على المستوى الإحداثي.

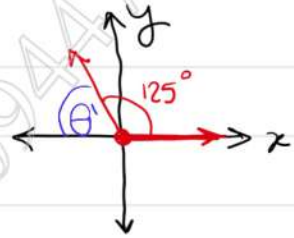
b. جد زاوية المرجع، ثم اكتب نسبة مثلثية يمكن استخدامها لإيجاد المسافة إلى الجدار d التي يمكن وضع مشغل DVD عندها.

c. استخدم النسبة لإيجاد المسافة. قرّب إلى أقرب جزء من عشرة.



في الربع الثاني

$\theta' = 180 - 125 = 55°$



$\cos 55 = \frac{d}{14} \Rightarrow d = 14 \cos 55 = \boxed{8.0}$ cm

ورقة عمل الحادي عشر العام

10-4 قانون الـ Sine

في هذا الدرس سوف أتعلم: 1 – إيجاد مساحة مثلث باستخدام ضلعين وزاوية محصورة. 2- استخدام قانون الـ **sine** في حل المثلثات.

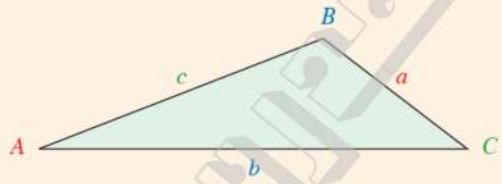
مساحة مثلّث

للمثلّث ABC الذي مساحته $\mathcal{A}$

$$\mathcal{A} = \frac{1}{2}bc\sin A$$

$$\mathcal{A} = \frac{1}{2}ac\sin B$$

$$\mathcal{A} = \frac{1}{2}ab\sin C$$



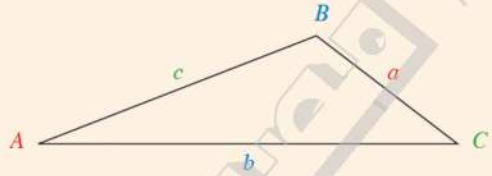
مساعدة

يُرمز إلى الزاوية والضلع المقابل لها بأحرف متشابهة. يُستخدم الحرف الكبير للزاوية والحرف الصغير للضلع.

قانون الجيوب

ينص قانون الجيوب في المثلّث ABC على

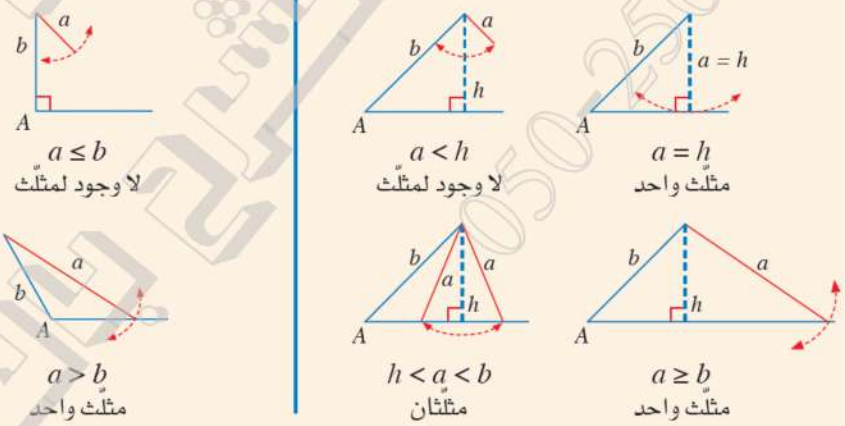
$$\frac{\sin A}{a} = \frac{\sin B}{b} = \frac{\sin C}{c}$$



الحالة المبهمة المثلّثات الممكنة

في المثلّث a و b و $m\angle A$ معلومة.

$\angle A$ زاوية حادة.	$\angle A$ قائمة أو منفرجة.



$a = h$ مثلّث واحد

$a < h$ لا وجود لمثلّث

$h < a < b$ مثلّثان

$a \geq b$ مثلّث واحد

$a \leq b$ لا وجود لمثلّث

$a > b$ مثلّث واحد

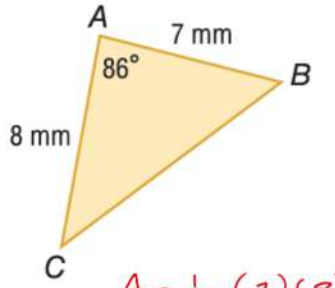
حل مثلّث بمعلومية a و b و $m\angle A$
1. أستخدم قيم a و b و $m\angle A$ لتحديد عدد المثلّثات الممكنة.
2. في حال وجود مثلّث واحد، أستخدم قانون الجيوب لإيجاد القياسات المجهولة.
3. في حال وجود مثلّثين أستخدم قانون الجيوب لأجد $m\angle B_1$ و $m\angle B_2$. ثم أستخدم هذه القيم لأجد المقاييس الباقية في المثلّثين.

اضغط هنا للاشتراك في قناة شرح هذه الملزمة بالفيديو أو امسح الباركود الموجود في كل صفحة

Find the area of Δ ABC to the nearest tenth.

أوجد مساحة ΔABC في كلٍّ مما يأتي، مقرّبةً إلى أقرب جزء من عشرة.

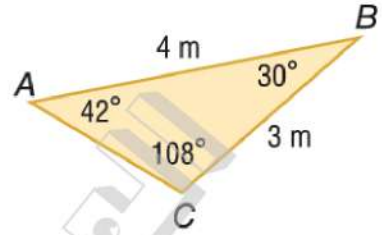
1.



$A = \frac{1}{2}(7)(8)\sin 86$

$= \boxed{27.9}\ mm^2$

2.



$A = \frac{1}{2}(3)(4)\sin 30$

$= \boxed{3}\ m^2$

3 $A = 40°$, $b = 11$ cm, $c = 6$ cm

$= \frac{1}{2}\ c\ b\ \sin A$

$= \frac{1}{2}(6)(11)\sin 40 = \boxed{21.2}\ cm^2$

4. $B = 103°$, $a = 20$ cm, $c = 18$ cm

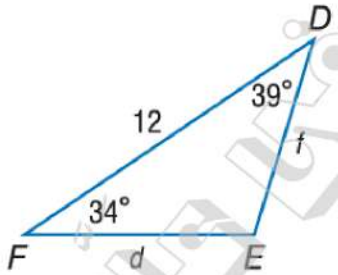
$A = \frac{1}{2}\ ac\ \sin B$

$= \frac{1}{2}(20)(18)\sin 103 = \boxed{175.4}\ cm^2$

حل كل مثلث، وقرّب أطوال الأضلاع إلى أقرب جزء من عشرة وقياسات الزوايا إلى أقرب درجة.

Solve each triangle. Round side lengths to the nearest tenth and angle measures to the nearest degree.

5.



$m\angle E = 180 - 39 - 34 = \boxed{107°}$

$\frac{\sin 107}{12} = \frac{\sin 34}{f} \Rightarrow f = \frac{12 \sin 34}{\sin 107} = \boxed{7.0}$

$\frac{\sin 107}{12} = \frac{\sin 39}{d} \Rightarrow d = \frac{12 \sin 39}{\sin 107} = \boxed{7.9}$

7. Solve $\triangle FGH$ if $G = 80°$, $H = 40°$, and $g = 14$.

$m\angle F = 180 - 80 - 40 = \boxed{60°}$

$\frac{\sin 80}{14} = \frac{\sin 40}{h} \Rightarrow h = \frac{14 \sin 40}{\sin 80} = \boxed{9.1}$

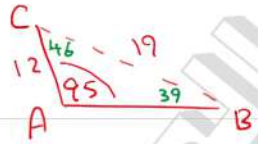
$\frac{\sin 80}{14} = \frac{\sin 60°}{f} \Rightarrow f = \frac{14 \sin 60}{\sin 80} = \boxed{12.3}$

اضغط هنا للاشتراك في قناة شرح هذه الملزمة بالفيديو أو امسح الباركود الموجود في كل صفحة

المثابرة حدد هل كل مثلث ΔABC بلا حل، أم له حل واحد، أم له حلان. ثم جد حل المثلث. قرّب أطوال الأضلاع إلى أقرب عشرة، وقياسات الزوايا إلى أقرب درجة.

PERSEVERANCE Determine whether each △ABC has no solution, one solution, or two solutions. Then solve the triangle. Round side lengths to the nearest tenth and angle measures to the nearest degree.

8. $A = 95°, a = 19, b = 12$



حل وحيد لأن الزاوية A منفرجة

$\frac{\sin 95}{19} = \frac{\sin B}{12}$

$\Rightarrow \sin B = \frac{12 \sin 95}{19}$

$\Rightarrow B = \sin^{-1} \frac{12 \sin 95}{19}$

$= \boxed{39°}$

$m\angle C = 180 - 39 - 95$

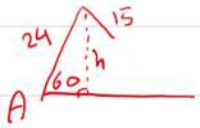
$= \boxed{46°}$

$\frac{\sin 95}{19} = \frac{\sin 46}{c}$

$\Rightarrow c = \frac{19 \sin 46}{\sin 95}$

$= \boxed{13.7}$

9. $A = 60°, a = 15, b = 24$



$\sin 60 = \frac{h}{24}$ ← نحسب h

$\Rightarrow h = 24 \sin 60$

$= 20.78$

لأن $a < h$

لا يوجد مثلث يمثل هذه المعلومات.

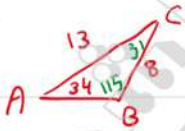
10. $A = 34°, a = 8, b = 13$

$\sin 34 = \frac{h}{13}$ ← نحسب h

$\Rightarrow h = 13 \sin 34 = 7.27$

لأن $b > a > h$

هناك حالتان للمثلث



الحالة ①

B زاوية منفرجة

$\frac{\sin B}{13} = \frac{\sin 34}{8}$

$\Rightarrow \sin B = \frac{13 \sin 34}{8}$

$\Rightarrow B = \sin^{-1} \frac{13 \sin 34}{8}$

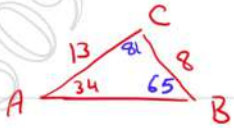
$= 65°$

$\Rightarrow$ المنفرجة $B = 180 - 65 = \boxed{115°}$

$m\angle C = 180 - 115 - 34 = \boxed{31°}$

$\frac{\sin 31}{c} = \frac{\sin 34}{8}$

$\Rightarrow c = \frac{8 \sin 31}{\sin 34} = \boxed{7.4}$



الحالة ②

B زاوية حادة

$m\angle B = \boxed{65°}$

$m\angle C = 180 - 34 - 65 = \boxed{81°}$

$\frac{\sin 34}{8} = \frac{\sin 81}{c}$

$\Rightarrow c = \frac{8 \sin 81}{\sin 34}$

$= \boxed{14.1}$

اضغط هنا للاشتراك في قناة شرح هذه الملزمة بالفيديو أو امسح الباركود الموجود في كل صفحة

12. SPACE Mars has hundreds of thousands of craters. These craters are named after famous scientists, science fiction authors, and towns on Earth. The craters named Wahoo, Wabash, and Naukan are shown in the figure. Find the distance between the Wahoo Crater and the Naukan Crater on Mars.

12. الفضاء يوجد في كوكب المريخ مئات الآلاف من الفوهات التي سميت بأسماء أشهر العلماء ومؤلفي قصص الخيال العلمي وأسماء المدن على كوكب الأرض. يوضح الشكل الفوهات "واهو" و"واباش" و"ناوكان". جد المسافة بين فوهة "واهو" وفوهة "ناوكان" على كوكب المريخ.

$$\frac{\sin 102}{x} = \frac{\sin 23}{1.2}$$

$$\Rightarrow x = \frac{1.2 \sin 102}{\sin 23}$$

$$= \boxed{3} \text{ km}$$

@MUSTAFAALLAM

ورقة عمل الحادي عشر العام

10-5 قانون الـ Cosine

في هذا الدرس سوف أتعلم: 1 – استخدام قانون الـ **cosine** في حل المثلثات. 2- اختيار طرقًا مناسبة لحل المثلثات.

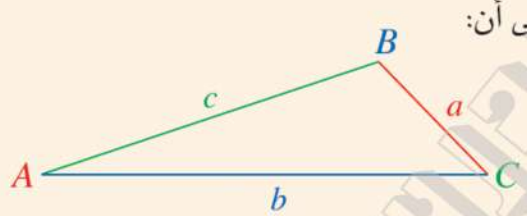
قانون جيوب التمام

ينصّ قانون جيوب التمام في المثلث ABC على أن:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos B$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$$



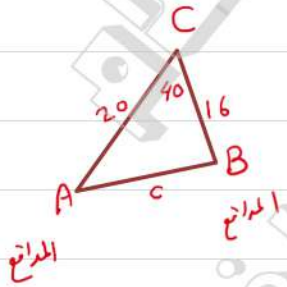
@MUSTAFAALLAM

حل المثلّثات غير القائمة الزاوية	
إذا أعطيت	أبدأ الحل باستخدام
قياسا زاويتين وطول أي ضلع AAS	قانون الجيوب
طولا ضلعين وقياس الزاوية المقابلة لأحدهما SSA	قانون الجيوب
طولا ضلعين وقياس الزاوية المحصورة بينهما SAS	قانون جيوب التمام
أطوال الأضلاع الثلاثة SSS	قانون جيوب التمام

8. كرة القدم في مباراة كرة قدم، يبعد حارس المرمى عن المدافع A بمسافة 20 m. ودا ر بزاوية ° 40 لرؤية المدافع B الذي يبعد عنه بمسافة 16 m. ما المسافة التي تفصل بين هذين المدافعين؟

8. SOCCER In a soccer game, the goalkeeper is 20 m from Defender A. He turns 40° to see Defender B, who is 16 m away. How far apart are the two defenders?

about 12.9 m



$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$$

$$c^2 = 20^2 + 16^2 - 2(20)(16) \cos 40$$

$$\Rightarrow c = \sqrt{20^2 + 16^2 - 2(20)(16) \cos 40}$$

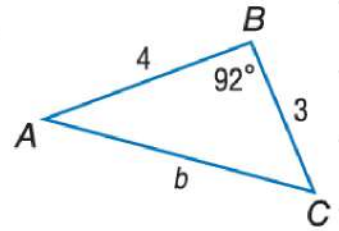
$$= \boxed{12.87} \ m^2$$

اضغط هنا للاشتراك في قناة شرح هذه الملزمة بالفيديو أو امسح الباركود الموجود في كل صفحة

حل كل مثلث، وقرّب أطوال الأضلاع إلى أقرب جزء من عشرة وقياسات الزوايا إلى أقرب درجة.

Solve each triangle. Round side lengths to the nearest tenth and angle measures to the nearest degree.

1.



$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac\cos B$

$b = \sqrt{3^2 + 4^2 - 2(3)(4)\cos 92}$

$b = \boxed{5.1}$

$\frac{\sin B}{b} = \frac{\sin A}{a}$

$\frac{\sin 92}{5.1} = \frac{\sin A}{3}$

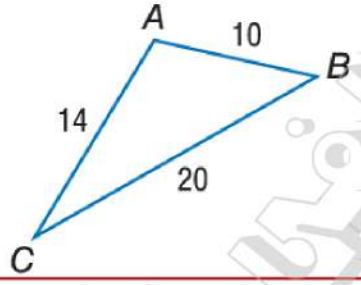
$\Rightarrow \sin A = \frac{3\sin 92}{5.1}$

$\Rightarrow A = \sin^{-1}\frac{3\sin 92}{5.1} = 36^\circ$

$C = 180 - 92 - 36 = 52^\circ$

@MUSTAFAALLAM

2.



$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos A$

$2bc\cos A = b^2 + c^2 - a^2$

$\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$

$\Rightarrow A = \cos^{-1}\frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$

$A = \cos^{-1}\frac{14^2 + 10^2 - 20^2}{2(14)(10)}$

$A = 112^\circ$

$\frac{\sin A}{a} = \frac{\sin B}{b}$

$\frac{\sin 112}{20} = \frac{\sin B}{14}$

$\Rightarrow \sin B = \frac{14\sin 112}{20}$

$\Rightarrow B = \sin^{-1}\frac{14\sin 112}{20} = 40^\circ$

$\Rightarrow C = 180 - 112 - 40$

$C = 28^\circ$

3. a = 5, b = 8, c = 12

$\cos C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab} \Rightarrow C = \cos^{-1}\frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab} \Rightarrow C = \cos^{-1}\frac{5^2 + 8^2 - 12^2}{2(5)(8)} = 133^\circ$

$\frac{\sin C}{c} = \frac{\sin A}{a} \Rightarrow \frac{\sin 133}{12} = \frac{\sin A}{5} \Rightarrow \sin A = \frac{5\sin 133}{12}$

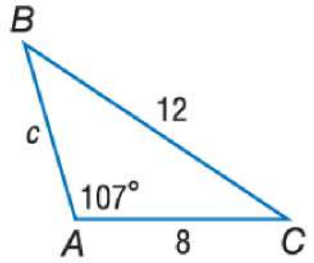
$\Rightarrow A = \sin^{-1}\frac{5\sin 133}{12} = 18^\circ \Rightarrow B = 180 - 133 - 18 = 29^\circ$

اضغط هنا للاشتراك في قناة شرح هذه الملزمة بالفيديو أو امسح الباركود الموجود في كل صفحة

الدقة حدد ما إذا كان كل مثلث ينبغي حله بدءًا بقانون الـ Sine أم قانون الـ Cosine. ثم حل المثلث.

PRECISION Determine whether each triangle should be solved by beginning with the Law of Sines or the Law of Cosines. Then solve the triangle.

5.



المعلومات المعطاة هي SSA ⇐ نبدأ بقانون الـ Sine

$$\frac{\sin 107}{12} = \frac{\sin B}{8} \Rightarrow \sin B = \frac{8 \sin 107}{12}$$

$$\Rightarrow B = \sin^{-1} \frac{8 \sin 107}{12} = 40^\circ$$

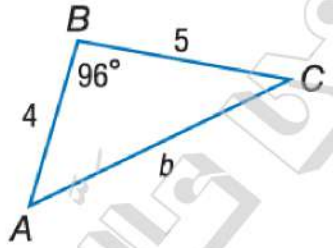
$$\Rightarrow C = 180 - 107 - 40 = 33^\circ$$

$$\frac{\sin 33}{c} = \frac{\sin 107}{12}$$

$$\Rightarrow c = \frac{12 \sin 33}{\sin 107} = 6.8$$

@MUSTAFAALLAM

6.



المعلومات المعطاة هي SAS ⇐ نبدأ بقانون الـ Cosine

$$b = \sqrt{a^2 + c^2 - 2ac \cos B}$$

$$b = \sqrt{5^2 + 4^2 - 2(5)(4) \cos 96} = 6.7$$

$$\frac{\sin C}{4} = \frac{\sin 96}{6.7} \Rightarrow \sin C = \frac{4 \sin 96}{6.7}$$

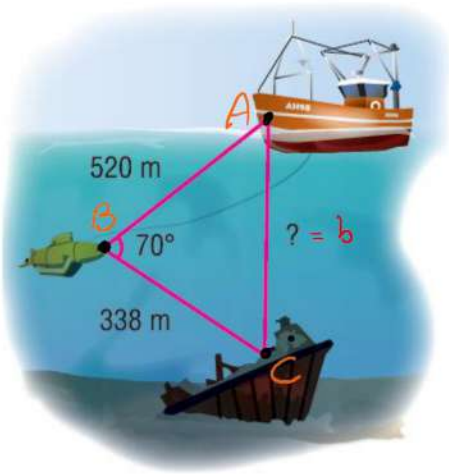
$$\Rightarrow C = \sin^{-1} \frac{4 \sin 96}{6.7} = 36^\circ$$

$$\Rightarrow A = 180 - 96 - 36 = 48^\circ$$

اضغط هنا للاشتراك في قناة شرح هذه الملزمة بالفيديو أو امسح الباركود الموجود في كل صفحة

23 **الاستكشاف** جـــد المسافة بين السفينة وحطام السفينة الموضحين في الرسم التخطيطي. قرّب إلى أقرب جزء من عشرة.

23 **EXPLORATION** Find the distance between the ship and the shipwreck shown in the diagram. Round to the nearest tenth.



$$b = \sqrt{a^2 + c^2 - 2ac \cos B}$$

$$= \sqrt{338^2 + 520^2 - 2(338)(520)\cos 70}$$

$$= 514.2 \text{ m}$$

@MUSTAFAALLAM

اضغط هنا للاشتراك في قناة شرح هذه الملزمة بالفيديو أو امسح الباركود الموجود في كل صفحة

ورقة عمل الحادي عشر العام

10-6 الدوال الدائرية والدورية

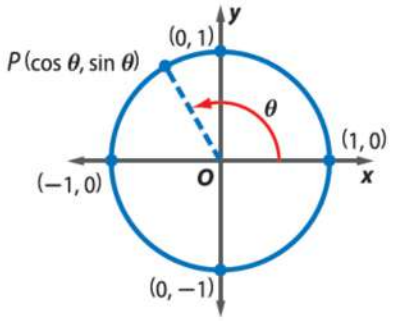
في هذا الدرس سوف أتعلم: 1 – إيجاد قيم دوال مثلثية بالاعتماد على دائرة الوحدة. 2- استخدام خواص الدوال الدورية في إيجاد قيم دوال مثلثية.

دائرة الوحدة Unit Circle هي الدائرة التي مركزها نقطة الأصل ونصف قطرها يساوي وحدة طول واحدة.

لكل نقطة P تقع على دائرة الوحدة، يمكن كتابة إحداثيي النقطة P على الصورة

$P(x, y) = P(\cos\theta, \sin\theta)$

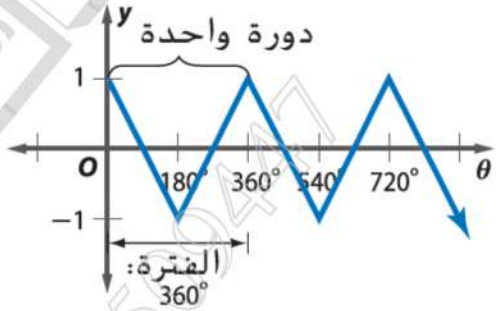
أي أن $x = \cos\theta$ **و** $y = \sin\theta$



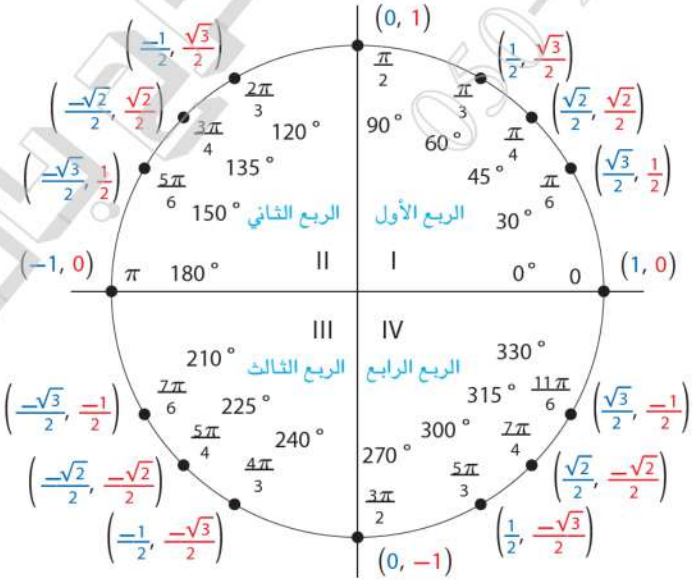
كل من $x = \cos\theta$ **و** $y = \sin\theta$ **دالة لـ** θ**. ولأنه تم تحديدهما باستخدام دائرة وحدة، فإنه يُطلق عليهما دوال دائرية.**

تحتوي الدالة الدورية على قيم y التي تتكرر على فترات منتظمة. ويُسمى النمط الواحد المكتمل دورة، ويُسمى الطول الأفقي للدورة الواحدة فترة.

θ	y
0°	1
180°	−1
360°	1
540°	−1
720°	1



تتكرر الدورة كل 360°.



@MUSTAFAALLAM

اضغط هنا للاشتراك في قناة شرح هذه الملزمة بالفيديو أو امسح الباركود الموجود في كل صفحة

البنية يتقاطع ضلع الانتهاء للزاوية θ في الوضع القياسي مع دائرة الوحدة عند كل نقطة P. جد $\cos\theta$ و $\sin\theta$.

STRUCTURE The terminal side of angle θ in standard position intersects the unit circle at each point P. Find cos θ and sin θ.

1. $P\left(\frac{15}{17}, \frac{8}{17}\right)$

$\cos\theta = x = \frac{15}{17}$, $\sin\theta = y = \frac{8}{17}$

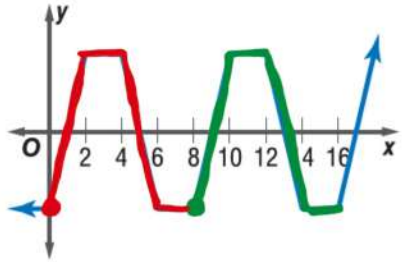
2. $P\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$

$\cos\theta = x = \frac{-\sqrt{2}}{2}$, $\sin\theta = y = \frac{\sqrt{2}}{2}$

حدد فترة كل دالة.

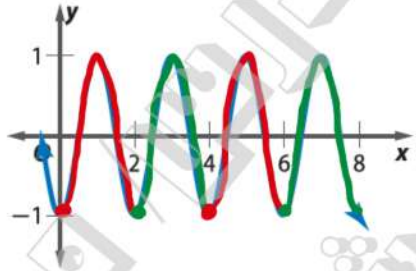
Determine the period of each function.

14.



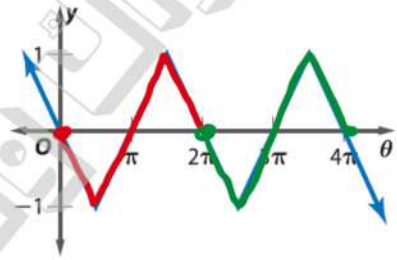
$8 - 0 = \boxed{8}$

3.



$2 - 0 = \boxed{2}$

18.



$2\pi - 0 = \boxed{2\pi}$

5. SWINGS The height of a swing varies periodically as the function of time. The swing goes forward and reaches its high point of 6 meters. It then goes backward and reaches 6 meters again. Its lowest point is 2 meters. The time it takes to swing from its high point to its low point is 1 second.

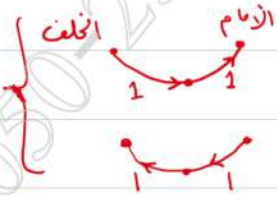
5. الأرجوحات يتغير ارتفاع الأرجوحة دوريًا كدالة الزمن. فالأرجوحة تتحرك للأمام وتصل إلى نقطة بارتفاع 6 m، ثم تعود للوراء وتصل إلى ارتفاع 6 m مرة أخرى. وتبلغ أدنى نقطة لها 2 m. والزمن المستغرق للتأرجح من أعلى نقطة إلى أدنى نقطة هو ثانية واحدة.

a. How long does it take for the swing to go forward and back one time? 4 seconds

a. ما المدة التي تستغرقها الأرجوحة في الحركة إلى الأمام والخلف مرة واحدة؟

b. Graph the height of the swing h as a function of time t.

b. مثّل ارتفاع الأرجوحة h بيانيًا كدالة زمن t.



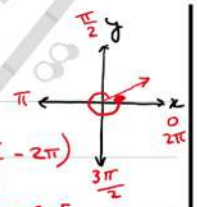
a

@MUSTAFAALLAM

Find the exact value of each expression.

جد القيمة الدقيقة لكل تعبير مما يلي.

6. $\sin\frac{13\pi}{6}$



$\sin\frac{13\pi}{6} = \sin\left(\frac{13\pi}{6} - 2\pi\right)$

$= \sin\frac{\pi}{6} = 0.5$

7. $\sin(-60°)$

$\sin(-60) = -\sin 60$

$= -\frac{\sqrt{3}}{2}$

8. $\cos 540°$

$\cos 540 = \cos(540 - 360)$

$= \cos 180$

$= -1$

اضغط هنا للاشتراك في قناة شرح هذه الملزمة بالفيديو أو امسح الباركود الموجود في كل صفحة

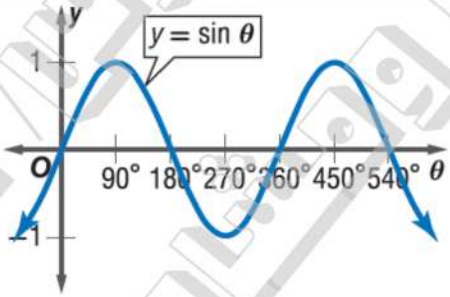
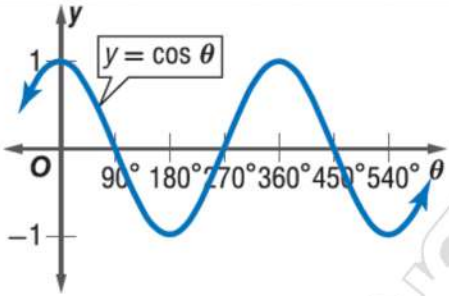
ورقة عمل الحادي عشر العام

10-7 التمثيل البياني للدوال المثلثية

في هذا الدرس سوف أتعلم: 1 – وصف دوال الـ Sine والـ Cosine والـ Tangent وتمثيلها بيانيا. 2- وصف دوال مثلثية أخرى وتمثيلها بيانيًا.

يُسمى الطول الأفقي لكل دورة الفترة. وسعة التمثيل البياني لدالة الـ Sine أو الـ Cosine تساوي نصف الفارق بين القيمة العظمى والقيمة الصغرى للدالة.

المفهوم الأساسي دالة sine ودالة cosine

الدالة الأصلية	$y = \sin\theta$	$y = \cos\theta$
التمثيل البياني		
المجال	{جميع الأعداد الحقيقية}	{جميع الأعداد الحقيقية}
المدى	$\{y \mid -1 \le y \le 1\}$	$\{y \mid -1 \le y \le 1\}$
السعة	1	1
الفترة	360°	360°

بالنسبة للتمثيلات البيانية لكل من $y = a\cos b\theta$ و $y = a\sin b\theta$ ، فإن السعة = $|a|$ والفترة = $\frac{360°}{|b|}$.

نقاط تقاطع θ في دورة واحدة هي كالآتي:

$y = a\cos b\theta$	$y = a\sin b\theta$
$\left(\frac{1}{4}\cdot\frac{360°}{b}, 0\right), \left(\frac{3}{4}\cdot\frac{360°}{b}, 0\right)$	$(0, 0), \left(\frac{1}{2}\cdot\frac{360°}{b}, 0\right) \left(\frac{360°}{b}, 0\right)$

تفيد الدوال المثلثية في تمثيل الحركة الدورية بالحياة اليومية، مثل الموجات الكهرومغناطيسية أو الموجات الصوتية. وغالبًا ما توصف هذه الموجات باستخدام التردد. والتردد هو عدد الدورات في وحدة زمنية محددة.

وتردد التمثيل البياني للدالة هو المعكوس الضربي لفترة هذه الدالة.

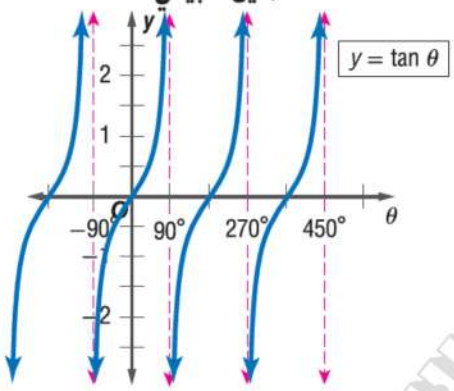
إذًا، إذا كانت فترة الدالة = $\frac{1}{100}$ فإن التردد يساوي 100 دورة في الثانية.

@MUSTAFAALLAM
اضغط هنا للاشتراك في قناة شرح هذه الملزمة بالفيديو أو امسح الباركود الموجود في كل صفحة

المفهوم الأساسي دالة tangent الزاوية

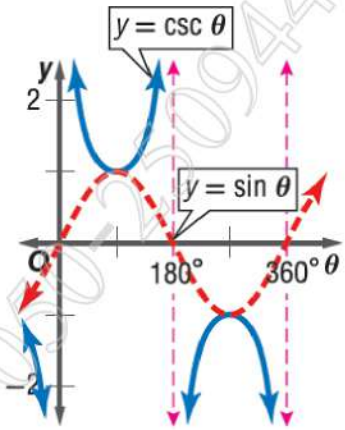
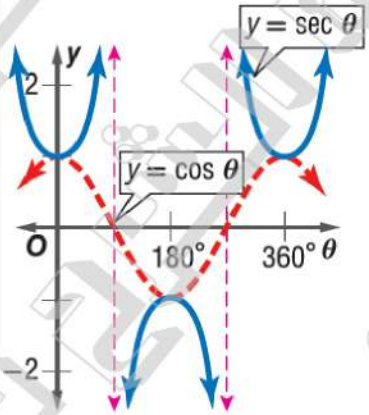
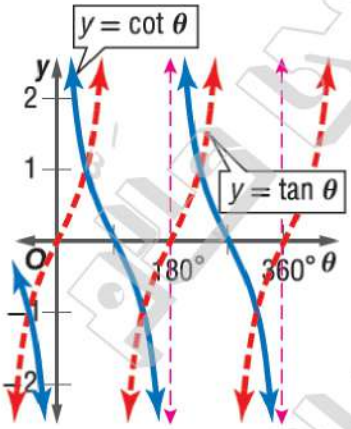
الدالة الأصلية	$y = \tan\theta$
المجال	$\{\theta \mid \theta \neq 90 + 180n\}$. n عدد صحيح}
المدى	{جميع الأعداد الحقيقية}
السعة	غير معرّفة
الفترة	$180°$
نقاط تقاطع θ في دورة واحدة	$(0, 0), \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{360°}{b}, 0\right), \left(\frac{360°}{b}, 0\right)$

التمثيل البياني



بالنسبة للتمثيل البياني لـ $y = a \tan b\theta$، فلا توجد سعة والفترة = $\frac{180°}{|b|}$ وخطوط التقارب هي مضاعفات فردية لـ $\frac{180°}{2|b|}$.

المفهوم الأساسي دوال Cosecant و Secant و Cotangent

الدالة الأصلية	$y = \csc\theta$	$y = \sec\theta$	$y = \cot\theta$
التمثيل البياني			
المجال	$\{\theta \mid \theta \neq 180n\}$. n عدد صحيح}	$\{\theta \mid \theta \neq 90 + 180n\}$. n عدد صحيح}	$\{\theta \mid \theta \neq 180n\}$. n عدد صحيح}
المدى	عدد حقيقي $\{y > 1$ أو $y \mid -1 > y\}$	عدد حقيقي $\{y > 1$ أو $y \mid -1 > y\}$	{جميع الأعداد الحقيقية}
السعة	غير معرّفة	غير معرّفة	غير معرّفة
الفترة	$360°$	$360°$	$180°$

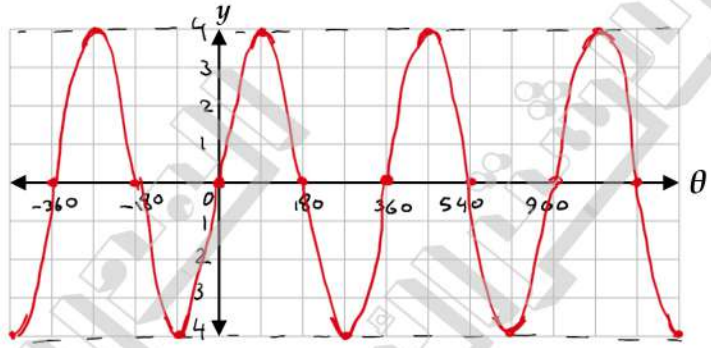
اضغط هنا للاشتراك في قناة شرح هذه الملزمة بالفيديو أو امسح الباركود الموجود في كل صفحة

Find the amplitude and period of each function. Then graph the function. **جد السعة والفترة لكل دالة. ثم مثّل الدالة بيانيًا.**

1. $y = 4 \sin \theta$

السعة $|4| = 4$ ، الفترة $\frac{360}{|b|} = \frac{360}{|1|} = 360$

خلال الدورة الواحدة أصفار $\sin\theta$ هي $\theta = \boxed{0, 180, 360}$

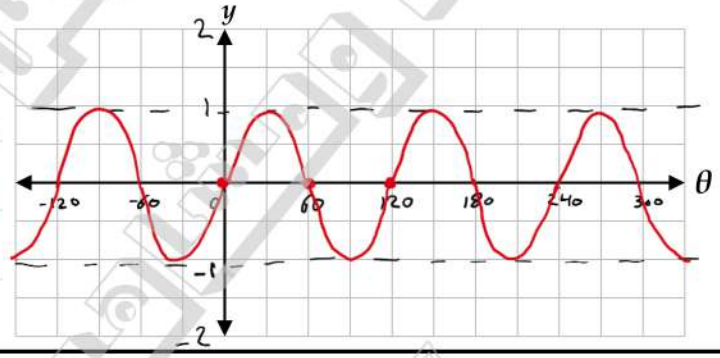


2. $y = \sin 3\theta$

السعة $= |a| = |1| = 1$ ، الفترة $= \frac{360}{|b|} = \frac{360}{|3|} = 120°$

أصفار الدالة خلال الدورة الواحدة $3\theta = 0, 180, 360$

$\Rightarrow \theta = 0, 60, 120$

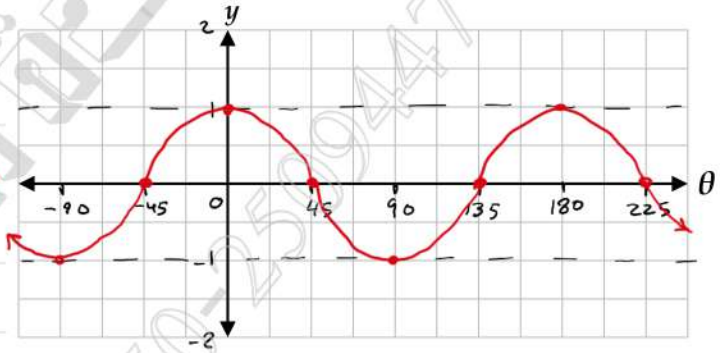


3. $y = \cos 2\theta$

السعة $= |a| = |1| = 1$ الفترة $= \frac{360}{|b|} = \frac{360}{|2|} = 180$

أصفار الدالة خلال الدورة الواحدة $2\theta = 90, 270$

$\Rightarrow \theta = 45, 135$

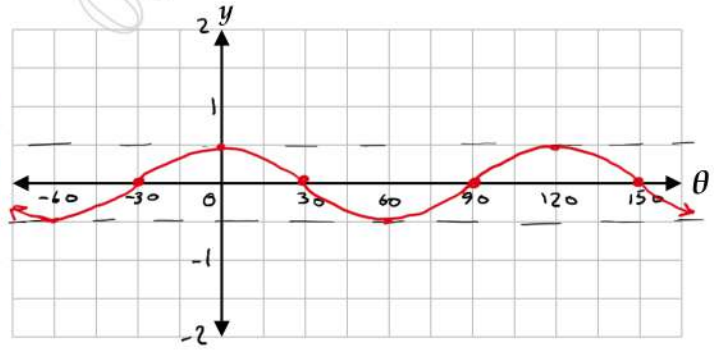


4. $y = \frac{1}{2} \cos 3\theta$

السعة $= |a| = \left|\frac{1}{2}\right| = \frac{1}{2}$ الفترة $= \frac{360}{|b|} = \frac{360}{|3|} = 120°$

أصفار الدالة خلال الدورة الواحدة $3\theta = 90, 270$

$\Rightarrow \theta = 30, 90$



@MUSTAFAALLAM

اضغط هنا للاشتراك في قناة شرح هذه الملزمة بالفيديو أو امسح الباركود الموجود في كل صفحة

5. SPIDERS When an insect gets caught in a spider web, the web vibrates with a frequency of 14 hertz.

a. Find the period of the function. $\frac{1}{14}$ or about 0.07 second

b. Let the amplitude equal 1 unit. Write a sine equation to represent the vibration of the web y as a function of time t. Then graph the equation.

5. العناكب عند تعلق حشرة في شبكة عنكبوت، تهتز الشبكة بترد 14 هرتز.

a. جد فترة الدالة.

b. افرض أن السعة تساوي وحدة واحدة. اكتب معادلة Sine لتمثيل اهتزاز الشبكة y كدالة للزمن t. ثم مثّل المعادلة بيانيًا.

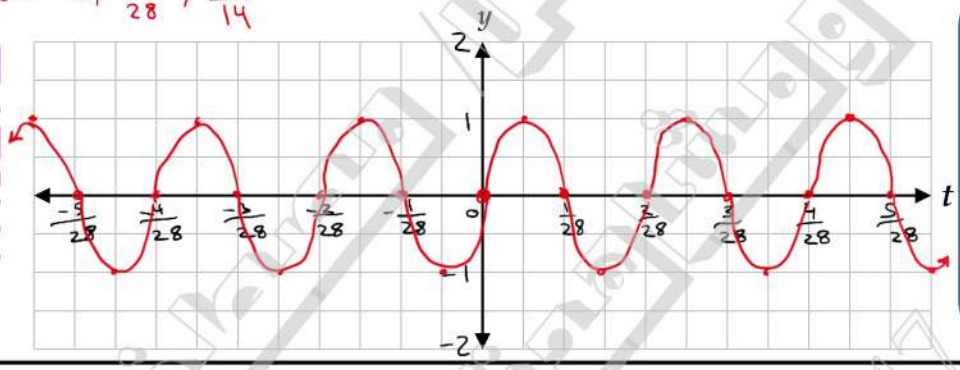
a الفترة $= \frac{1}{\text{التردد}} = \frac{1}{14}$

b الفترة $= \frac{360}{|b|} = \frac{1}{14} \Leftarrow |b| = 360(14) = 5040$

$\Rightarrow y = \sin(5040t)$

أصفار الدالة في خلال دورة واحدة هي $5040t = 0, 180, 360$

$\Rightarrow t = 0, \frac{1}{28}, \frac{1}{14}$



b حل آخر

الفترة $= \frac{2\pi}{|b|} = \frac{1}{14}$

$\Rightarrow |b| = 14(2\pi) = 28\pi$

$\Rightarrow y = a \sin bt = \sin(28\pi t)$

@MUSTAFAALLAM

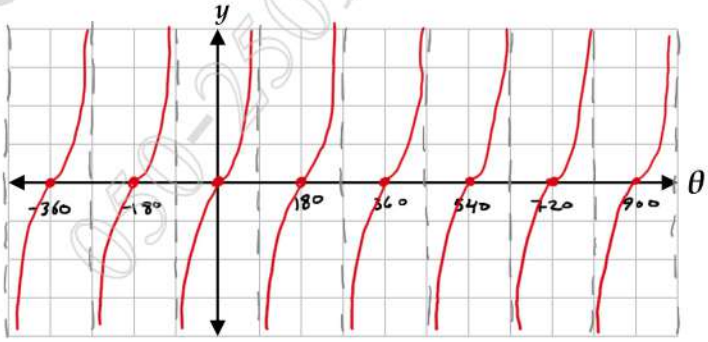
Find the period of each function. Then graph the function.

جد فترة كل دالة ثم مثّل الدالة بيانيًا.

6. $y = 3 \tan \theta$

الفترة $= \frac{180}{|b|} = \frac{180}{|1|} = 180°$

أصفار الدالة في الدورة الواحدة: $\theta = 0, 180$

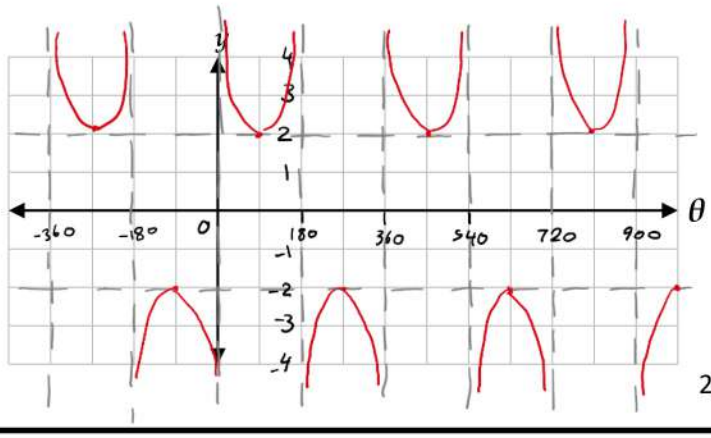


7. $y = 2 \csc \theta$ $\quad y = 2 \sin \theta$

السعة $= |2| = 2$ ، الفترة $= \frac{360}{|b|} = \frac{360}{|1|} = 360°$

أصفار الدالة في الدورة الواحدة $\theta = 0, 180, 360$

ملاحظة / خطوط تقارب الدالة $\csc\theta$ هي أصفار الدالة $\sin\theta$

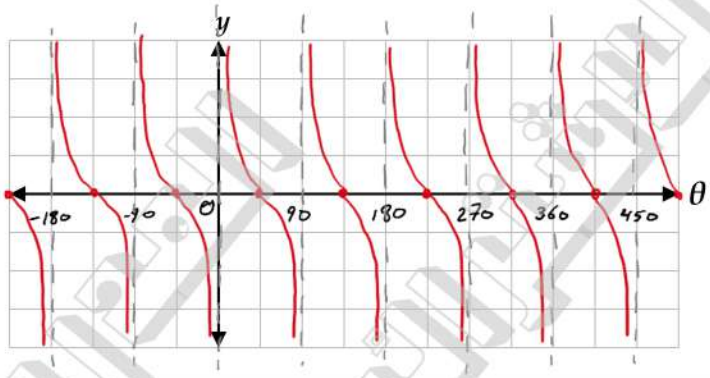


8. $y = \cot 2\theta$

الفترة $= \frac{180}{|b|} = \frac{180}{|2|} = 90^\circ$

أصفار الدالة في الدورة الواحدة $2\theta = 90 , 270$

$\Rightarrow \theta = 45^\circ , 135^\circ$



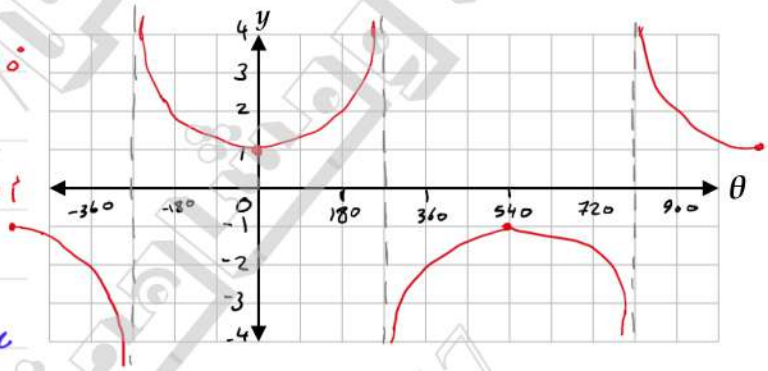
28. $y = \sec \frac{1}{3}\theta \rightarrow y = \cos \frac{1}{3}\theta$

السعة $= |a| = |1| = 1$ ، الفترة $= \frac{360}{|b|} = \frac{360}{|\frac{1}{3}|} = 1080^\circ$

أصفار الدالة في الدورة الواحدة $\frac{1}{3}\theta = 90 , 270$

$\theta = 270 , 810$

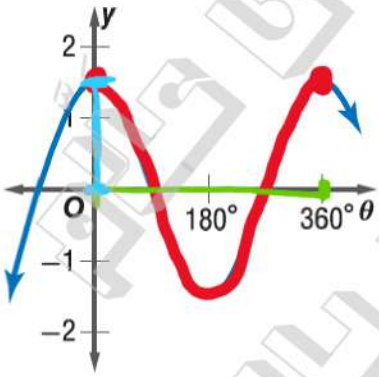
ملاحظة: خطوط تقارب الدالة $\sec\theta$ عند أصفار الدالة $\cos\theta$



Identify the period of the graph and write an equation for each function.

حدد فترة التمثيل البياني واكتب معادلة كل دالة.

38.



الفترة $= 360^\circ$

$\Rightarrow \frac{360}{|b|} = 360 \Rightarrow |b| = 1$

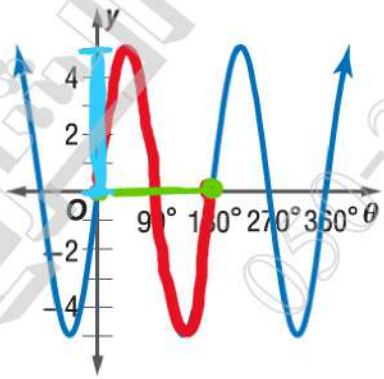
السعة $= 1.5 \Rightarrow |a| = 1.5$

ولأن المنحنى عند الصفر $\neq 0 \Leftarrow \cos\theta$

$\Rightarrow y = a \cos b\theta$

$\Rightarrow \boxed{y = 1.5 \cos\theta}$

39.



الفترة $= 180^\circ$

$\Rightarrow \frac{360}{|b|} = 180 \Rightarrow |b| = 2$

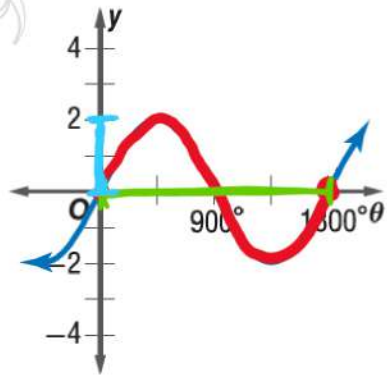
السعة $= 5 \Rightarrow |a| = 5$

ولأن المنحنى عند الصفر = صفر $\Leftarrow \sin\theta$

$\Rightarrow y = a \sin b\theta$

$\Rightarrow \boxed{y = 5 \sin 2\theta}$

40.



الفترة $= 1800^\circ$

$\Rightarrow \frac{360}{|b|} = 1800 \Rightarrow |b| = \frac{360}{1800} = \frac{1}{5}$

السعة $= 2 \Rightarrow |a| = 2$

ولأن المنحنى عند الصفر = صفر $\Leftarrow \sin\theta$

$\Rightarrow y = a \sin b\theta$

$\Rightarrow \boxed{y = 2 \sin \frac{1}{5}\theta}$

ورقة عمل الحادي عشر العام 10-8 إزاحة التمثيلات البيانية للدوال المثلثية

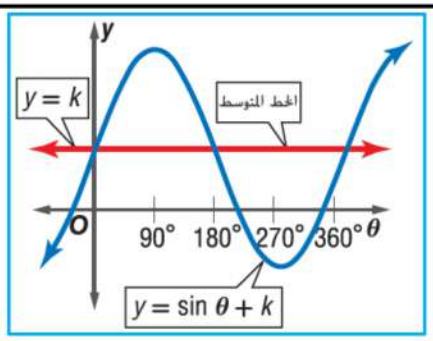
في هذا الدرس سوف أتعلم:

1 – تمثيل الإزاحة الأفقية للتمثيلات البيانية للدوال المثلثية و إيجاد إزاحات الطور.

2– تمثيل الإزاحة الرأسية للتمثيلات البيانية للدوال المثلثية.

تُسمى الإزاحة الأفقية للدالة الدورية باسم **إزاحة الطور**.

عند **إزاحة دالة مثلثية رأسيًا** عدد k من الوحدات، يكون المستقيم y=k المحور الأفقي الجديد الذي يتحرك التمثيل البياني حوله. ويسمى هذا المستقيم **الخط المتوسط**.



السعة — الفترة

$$y = a \sin b(\theta - h) + k$$

إزاحة الطور — الإزاحة الرأسية

State the amplitude, period, and phase shift for each function. Then graph the function.

اذكر السعة والفترة وإزاحة الطور لكل دالة. ثم مثّل الدالة بيانيًّا.

1. $y = \sin(\theta - 180°)$

السعة $= |a| = |1| = 1$

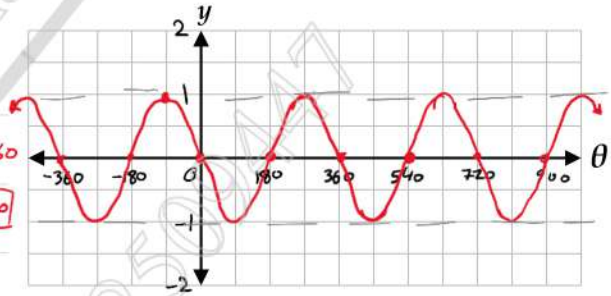
الفترة $= \frac{360}{|b|} = \frac{360}{|1|} = 360$

إزاحة الطور $\Rightarrow \theta - 180 = 0 \Rightarrow \theta = 180$

أصفار الدالة

$\theta - 180 = 0, 180, 360$

$\Rightarrow \theta = \boxed{180}, \boxed{360}, \boxed{540}$



2. $y = \tan(\theta - \frac{\pi}{4})$

السعة $\rightarrow$ لا يوجد

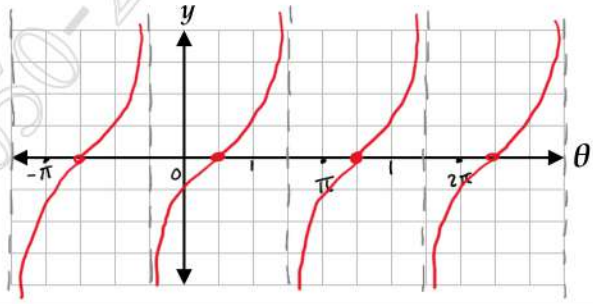
الفترة $\rightarrow \frac{\pi}{|b|} = \frac{\pi}{|1|} = \pi$

إزاحة الطور $\rightarrow \theta - \frac{\pi}{4} = 0 \Rightarrow \theta = \frac{\pi}{4}$

أصفار التقاطع

$\theta - \frac{\pi}{4} = 0, \pi, 2\pi$

$\theta = \boxed{\frac{\pi}{4}}, \boxed{\frac{5\pi}{4}}, \boxed{\frac{9\pi}{4}}$



4. $y = \frac{1}{2}\cos(\theta + 90°)$

السعة $= |a| = |\frac{1}{2}| = \frac{1}{2}$

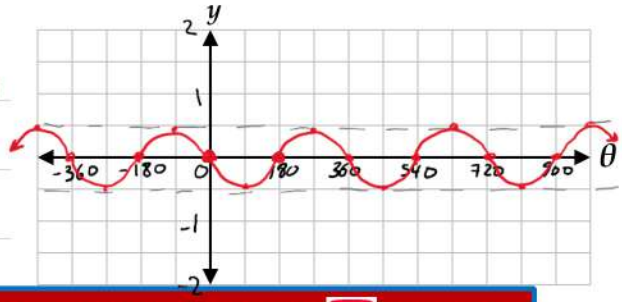
الفترة $= \frac{360}{|b|} = \frac{360}{|1|} = 360$

إزاحة الطور $\rightarrow \theta + 90 = 0 \Rightarrow \theta = -90$

أصفار الدالة

$\theta + 90 = 90, 270$

$\theta = \boxed{0}, \boxed{180}$



اضغط هنا للاشتراك في قناة شرح هذه الملزمة بالفيديو أو امسح الباركود الموجود في كل صفحة

State the amplitude, period, vertical shift, and equation of the midline for each function. Then graph the function.

اذكر السعة والفترة والإزاحة الرأسية ومعادلة الخط المتوسط لكل دالة. ثم مثّل الدالة بيانيًّا.

6. $y = \sin\theta - 2$ → k

السعة $= |a| = |1| = 1$

الفترة $= \frac{360}{|b|} = \frac{360}{|1|} = 360$

الإزاحة الرأسية $= -2$

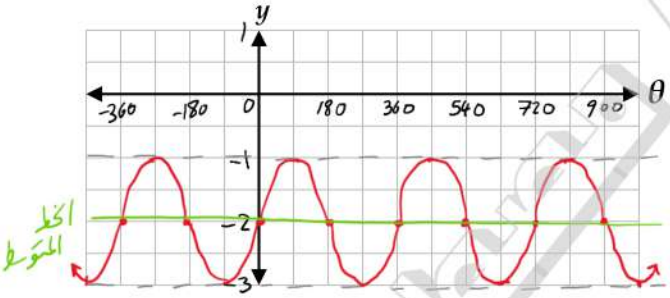
معادلة الخط المتوسط ⇐ $y = k = -2$

تقاطع الدالة مع الخط المتوسط ⇐

$\theta = 0, 180, 360$

أكبر قيمة ← $1-2=-1$

أقل قيمة ← $-1-2=-3$



7. $y = \frac{1}{2}\tan\theta + 1$

السعة ← لا يوجد

الفترة $= \frac{180}{|b|} = \frac{180}{|1|} = 180$

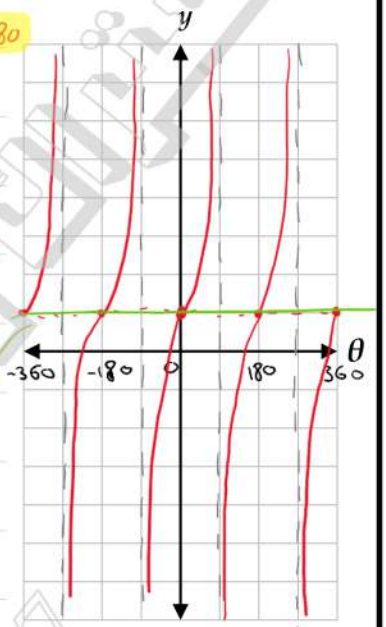
الإزاحة الرأسية $= 1$

الخط المتوسط ⇐ $y = 1$

أصفار الدالة

$\theta = 0, 180, 360$

الخط المتوسط



8. $y = \sec\theta - 5$

$\sec\theta - 5$ هي $\frac{1}{\cos\theta} - 5$

السعة = لا توجد

الفترة $= \frac{360}{|b|} = \frac{360}{|1|} = 360$

الإزاحة الرأسية $= -5$

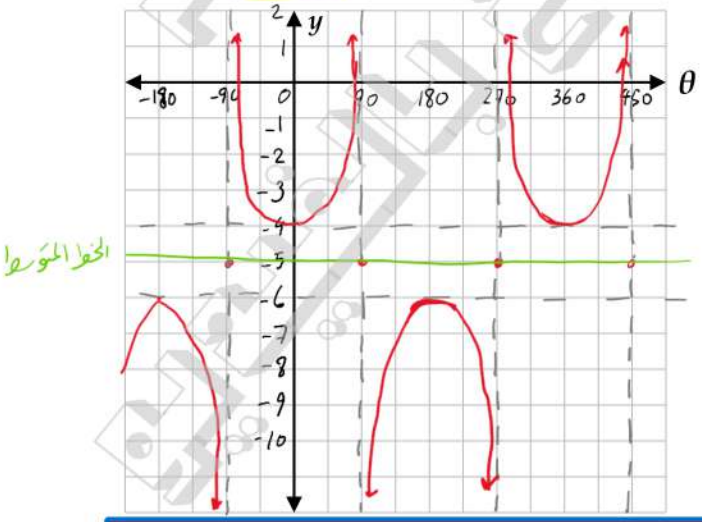
معادلة الخط المتوسط ⇐ $y = -5$

نقاط تقاطع $\cos\theta$ مع θ

$\theta = 90, 270, \ldots$

⇐ خطوط تقارب $\sec\theta$

$\theta = 90, 270, \ldots$



25. $y = \frac{1}{3}\sin\theta + 7$

السعة $= |a| = |\frac{1}{3}| = \frac{1}{3}$

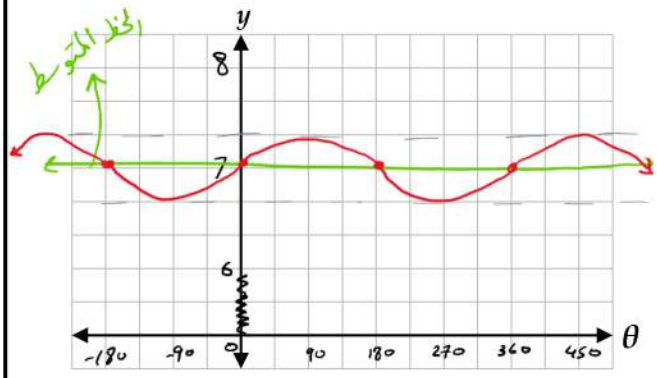
الفترة $= \frac{360}{|b|} = \frac{360}{|1|} = 360$

الإزاحة الرأسية $= 7$

معادلة الخط المتوسط ⇐ $y = 7$

تقاطع مع الخط المتوسط

$\theta = 0, 180, 360$



اضغط هنا للاشتراك في قناة شرح هذه الملزمة بالفيديو أو امسح الباركود الموجود في كل صفحة

REGULARITY State the amplitude, period, phase shift, and vertical shift for each function.

الانتظام اذكر السعة والفترة وإزاحة الطور والإزاحة الرأسية لكل دالة. ثم مثّل الدالة بيانيًّا.

9. $y = 2\sin(\theta + 45°) + 1$

السعة $= |a| = |2| = 2$

الفترة $= \frac{360}{|b|} = \frac{360}{|1|} = 360$

إزاحة الطور $\Rightarrow \theta + 45 = 0 \Rightarrow \theta = -45$

الإزاحة الرأسية $= 1$

معادلة الخط المتوسط $\Rightarrow y = 1$

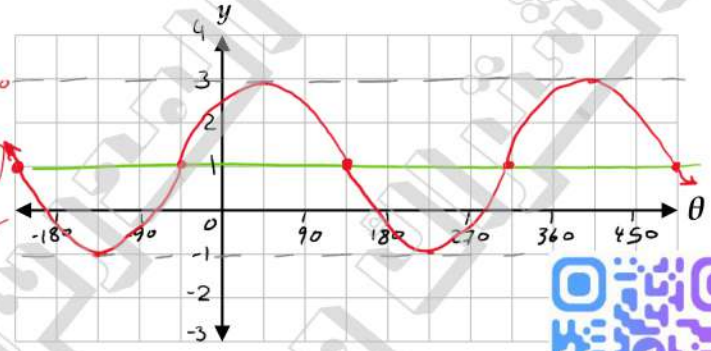
أصفار الدالة

$\theta + 45 = 0, 180, 360$

$\theta = -45, 135, 315$

أكبر قيمة $2 + 1 = 3$

$-2 + 1 = -1$



10. $y = \cos 3(\theta - \pi) - 4$

السعة $= |a| = |1| = 1$

الفترة $= \frac{2\pi}{|b|} = \frac{2\pi}{|3|} = \frac{2\pi}{3}$

إزاحة الطور $\Rightarrow 3(\theta - \pi) = 0 \rightarrow \theta = \pi$

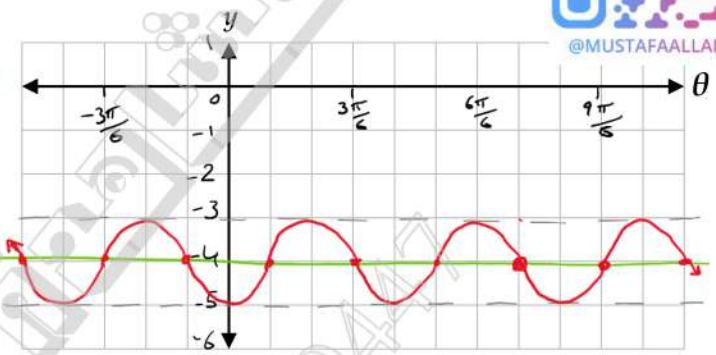
الإزاحة الرأسية $= -4$

معادلة الخط المتوسط $\rightarrow y = -4$

أكبر قيمة $1 - 4 = -3$

أصغر قيمة $-1 - 4 = -5$

أصفار الدالة $3(\theta - \pi) = \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2} \Rightarrow \theta = \frac{7\pi}{6}, \frac{3\pi}{2}$



13. EXERCISE While doing some moderate physical activity, a person's blood pressure oscillates between a maximum of 130 and a minimum of 90. The person's heart rate is 90 beats per minute. Write a sine function that represents the person's blood pressure P at time t seconds. Then graph the function.

13. تدريب عند ممارسة نشاط جسدي متوسط، يتراوح ضغط الدم عند الإنسان ما بين قيمة عظمى قدرها 130 وقيمة صغرى قدرها 90. ومعدل ضربات قلب الإنسان يساوي 90 ضربة في الدقيقة. اكتب معادلة sine التي تمثل ضغط دم الإنسان P في زمن t ثانية. ثم مثّل الدالة بيانيًّا.

1.5 ضربة في الثانية $= \frac{90}{60} =$

الخط المتوسط $K = \frac{\text{الصغرى} + \text{العظمى}}{2} = \frac{130 + 90}{2} = 110$

السعة $|a| = \frac{\text{الصغرى} - \text{العظمى}}{2} = \frac{130 - 90}{2} = 20$

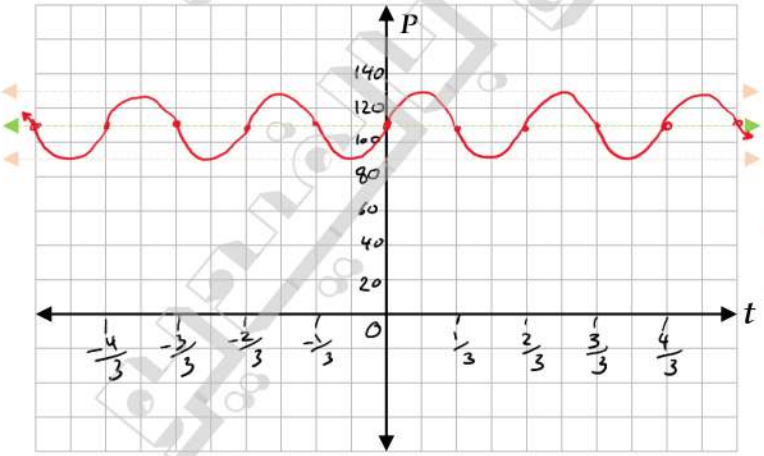
التردد $= 1.5 \Leftarrow$ الفترة $= \frac{1}{1.5} = \frac{2}{3}$

$\Rightarrow \frac{360}{|b|} = \frac{2}{3} \Rightarrow |b| = \frac{3(360)}{2} = 540°$

$\Rightarrow y = 20 \sin \underbrace{540t}_{= 3\pi} + 110$

أصفار الدالة: $540t = 0, 180, 360$

$\Rightarrow t = 0, \frac{1}{3}, \frac{2}{3}$



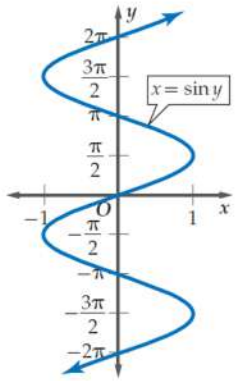
اضغط هنا للاشتراك في قناة شرح هذه الملزمة بالفيديو أو امسح الباركود الموجود في كل صفحة

ورقة عمل الحادي عشر العام

10-9 الدوال المثلثية العكسية

في هذا الدرس سوف أتعلم: 1 – إيجاد قيم الدوال المثلثية العكسية. 2– حل معادلات باستخدام الدوال المثلثية العكسية.

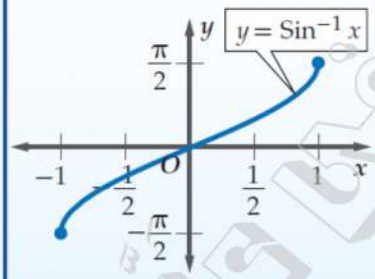
إذا علمت قيمة الدالّة المثلّثية لزاوية ما، فإنك تستطيع استعمال معكوس الدالّة لإيجاد قياس الزاوية. تذكّر أن معكوس الدالّة هو العلاقة التي تعكس فيها قيم المتغيرين: x , y. فمعكوس: $y = \sin x$ ، هو $x = \sin y$ ، الممثّل بيانيًّا في الشكل المجاور.



لاحظ أن معكوس الدالّة ليس دالّة لوجود عدد من قيم y لكلّ قيمة من قيم x. لكن إذا تمّ تحديد مجال الدالّة، فإن المعكوس يكون دالّة عكسية. وتسمّى القيم في هذا المجال المحدّد القيم الأساسية. فالدوالّ المثلّثية ذات المجال المحدّدُ تمثّل بأحرف كبيرة.

مفهوم أساسي — الدوالّ المثلّثية العكسية

أضف إلى مطويتك

الدالّة العكسية	الرموز	المجال	المدى	نموذج
دالّة الجيب العكسية	$y = \text{Sin}^{-1} x$ $y = \text{Arcsin } x$	$-1 \le x \le 1$	$-\frac{\pi}{2} \le y \le \frac{\pi}{2}$ $-90° \le y \le 90°$	
دالّة جيب التمام العكسية	$y = \text{Cos}^{-1} x$ $y = \text{Arccos } x$	$-1 \le x \le 1$	$0 \le y \le \pi$ $0° \le y \le 180°$	
دالّة الظل العكسية	$y = \text{Tan}^{-1} x$ $y = \text{Arctan } x$	مجموعة الأعداد الحقيقية	$-\frac{\pi}{2} < y < \frac{\pi}{2}$ $-90° < y < 90°$	

إرشادات للدراسة تذكّر أنه عند حسابك قيمة معكوس الدالّة المثلّثية، فإن الناتج هو قياس زاوية.

جد قيمة كل مما يلي. اكتب قياسات الزاوية بالدرجات والراديان.

Find each value. Write angle measures in degrees and radians.

بالآلة الحاسبة:

1. $\text{Sin}^{-1} \frac{1}{2}$

30

$\frac{\pi}{6}$

2. $\text{Arctan}\left(-\sqrt{3}\right)$

$-60°$

$-\frac{\pi}{3}$

3. $\text{Arccos}\,(-1)$

180

π

@MUSTAFAALLAM

اضغط هنا للاشتراك في قناة شرح هذه الملزمة بالفيديو أو امسح الباركود الموجود في كل صفحة

Find each value. Round to the nearest hundredth if necessary.

جد قيمة كل مما يلي. قرّب إلى أقرب جزء من مئة إذا لزم الأمر.

بالآلة الحاسبة

4. $\cos\left(\text{Arcsin}\ \frac{4}{5}\right)$

$\frac{3}{5}$

5. $\tan\left(\text{Cos}^{-1}\ 1\right)$

0

6. $\sin\left(\text{Sin}^{-1}\ \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

$\frac{\sqrt{3}}{2}$

7. MULTIPLE CHOICE If $\text{Sin}\ \theta = 0.422$, find θ.

7. الاختيار من متعدد إذا كان $\sin\theta = 0.422$، فجد θ.

A 25° **B** 42° **C** 48° **D** 65°

$\theta = \sin^{-1} 0.422$

$= 24.96 \approx 25$

Solve each equation. Round to the nearest tenth if necessary.

حُلّ كل معادلة مما يلي. وقرّب إلى أقرب جزء من عشرة إذا لزم الأمر.

8. $\text{Cos}\ \theta = 0.9$

$\theta = \cos^{-1} 0.9$

$= 25.8°$

9. $\text{Sin}\ \theta = -0.46$

$\theta = \sin^{-1}(-0.46)$

$= -27.4°$

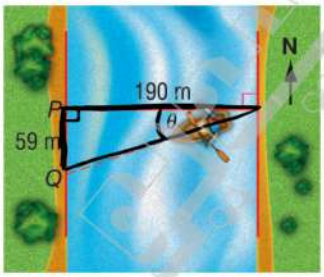
10. $\text{Tan}\ \theta = 2.1$

$\theta = \tan^{-1} 2.1$

$= 64.5°$

30. SENSE-MAKING A boat is traveling west to cross a river that is 190 m wide. Because of the current, the boat lands at point Q, which is 59 m from its original destination point P. Write an inverse trigonometric function that can be used to find θ, the angle at which the boat veered south of the horizontal line. Then find the measure of the angle to the nearest tenth. $\theta = \text{Arctan}\ \frac{59}{190}$; $\theta = 17.3°$

30. التبرير المنطقي يتحرك قارب غربًا عبر نهر يبلغ عرضه 190 m. وبسبب التيار، انتهى بالقارب المطاف عند النقطة Q والتي تبعد 59 m عن نقطة وجهته P. اكتب دالة مثلثية عكسية يمكن استخدامها لإيجاد الزاوية θ التي انحرف بها القارب جنوب المحور الأفقي. ثم جد قياس هذه الزاوية بالتقريب إلى أقرب جزء من عشرة.



$\tan\theta = \frac{59}{190}$

$\theta = \tan^{-1}\frac{59}{190} = 17.3°$

اضغط هنا للاشتراك في قناة شرح هذه الملزمة بالفيديو أو امسح الباركود الموجود في كل صفحة