

تم تحميل هذا الملف من موقع المناهج الإماراتية



حل أوراق عمل شاملة الوحدة الثالثة الأنظمة الخطية والمصفوفات

موقع المناهج ← المناهج الإماراتية ← الصف الحادي عشر العام ← رياضيات ← الفصل الأول ← أوراق عمل ← الملف

تاريخ إضافة الملف على موقع المناهج: 2024-10-11 19:33:48

ملفات اكتب للمعلم اكتب للطالب الاختبارات الكترونية الاختبارات ا حلول اعروض بوربوينت ا أوراق عمل
منهج انجليزي ا ملخصات وتقارير ا مذكرات وبنوك الامتحان النهائي للمدرس

المزيد من مادة
رياضيات:

إعداد: مصطفى أسامة علام

التواصل الاجتماعي بحسب الصف الحادي عشر العام



صفحة المناهج
الإماراتية على
فيسبوك

الرياضيات

اللغة الانجليزية

اللغة العربية

التربية الاسلامية

المواد على تلغرام

المزيد من الملفات بحسب الصف الحادي عشر العام والمادة رياضيات في الفصل الأول

أوراق عمل شاملة الوحدة الثالثة الأنظمة الخطية والمصفوفات

1

الدروس المقررة في المادة منهج بريدج

2

حل أوراق عمل الوحدة الأولى المعادلات والمتباينات

3

أوراق عمل الوحدة الأولى المعادلات والمتباينات

4

كتاب الطالب المجلد الأول

5



رَضِطْ هِنَا [هنا](#) للحصول على الملزمة بدون كلف

الوحدة 3

الأنظمة الخطية والمصفوفات



ورقة عمل الصف الحادي عشر 3-1 حل أنظمة المعادلات الاسم: _____ الشعبة: _____

2- حل أنظمة المعادلات الخطية جبرياً.

1- حل أنظمة المعادلات الخطية بالتمثيل البياني.

في هذا الدرس سوف نتعلم:

بإستخدام الآلة الحاسبة

991 es

mode → 5 → 1

ملخص المفهوم خصائص الأنظمة الخطية		
غير متوافق	متوافق وغير مستقل	متوافق ومستقل
مستقيمان متوازيان؛ لا يوجد حل	نفس المستقيم؛ عدد لا نهائي من الحلول	مستقيمان متقاطعان؛ حل واحد

حل كل نظام معادلات باستخدام جدول.

$$y = 5x + 3$$

$$y = x - 9$$

x	y ₁	y ₂	حاصل الطرح
0	3	-9	12
1	8	-8	16
-1	-2	-10	8
-2	-7	-11	4
-3	-12	-12	صفر

الحل (-3, -12)

$$3x - 4y = 16$$

$$-6x + 5y = -29$$

x	y ₁	y ₂	حاصل الطرح
0	-4	-5.8	1.8
1	-3.25	-4.6	1.35
2	-2.5	-3.4	0.9
3	-1.7	-2.2	0.5
4	-1	-1	صفر

الحل (4, -1)

$$2x - 5 = y$$

$$-3x + 4y = 0$$

x	y ₁	y ₂	حاصل الطرح
0	-5	0	-5
1	-3	0.75	-3.75
3	1	2.25	-1.25
4	3	3	صفر

الحل (4, 3)

حل كل نظام معادلات بالتمثيل البياني. وصفه من حيث كونه متوازيًا ومستقلًا، أو متوازيًا وغير مستقل، أو غير متوازي.

$$-3x + 2y = -6 \quad \text{--- (1)}$$

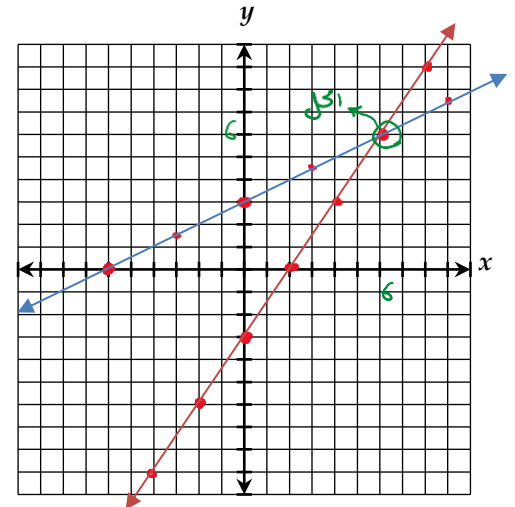
$$-5x + 10y = 30 \quad \text{--- (2)}$$

$$\text{(1)} \quad \begin{array}{c|c|c} x & 0 & 2 \\ \hline y & -3 & 0 \end{array}$$

$$\text{(2)} \quad \begin{array}{c|c|c} x & 0 & -6 \\ \hline y & 3 & 0 \end{array}$$

الحل: (6, 6)

متوازيين مستقلين





حل كل نظام معادلات بالتمثيل البياني. وصفه من حيث كونه متوافقاً ومستقل، أو متوافقاً وغير مستقل، أو غير متوافق.

$$4x + 3y = -24 \quad \text{--- (1)}$$

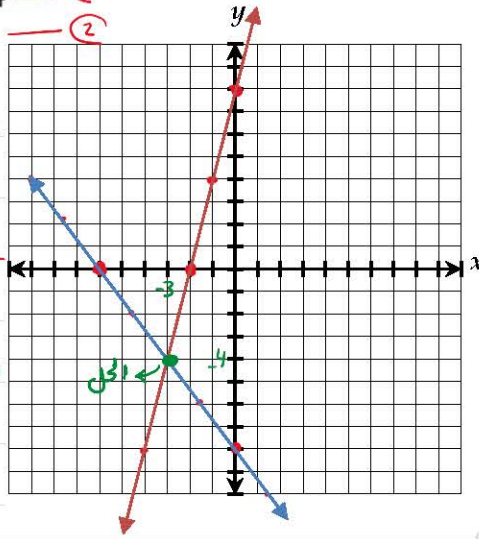
$$8x - 2y = -16 \quad \text{--- (2)}$$

$$\text{(1) } \begin{array}{r|l} x & 0 \\ \hline y & -8 \end{array} \quad \begin{array}{l} -6 \\ 0 \end{array}$$

$$\text{(2) } \begin{array}{r|l} x & 0 \\ \hline y & 8 \end{array} \quad \begin{array}{l} -2 \\ 0 \end{array}$$

الحل $(-3, -4)$

متوافق مستقل



$$-3x - 8y = 12 \quad \text{--- (1)}$$

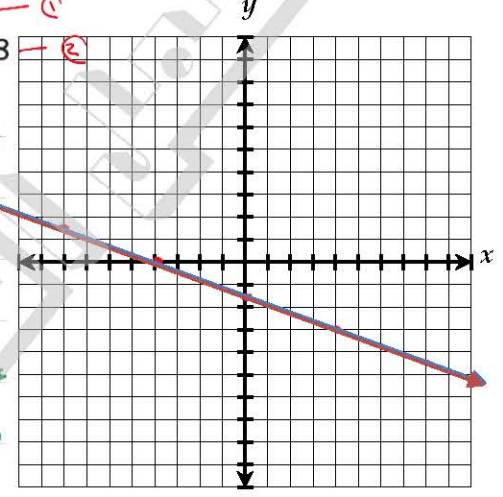
$$12x + 32y = -48 \quad \text{--- (2)}$$

$$\text{(1) } \begin{array}{r|l} x & 0 \\ \hline y & -1.5 \end{array} \quad \begin{array}{l} -4 \\ 0 \end{array}$$

$$\text{(2) } \begin{array}{r|l} x & 0 \\ \hline y & -1.5 \end{array} \quad \begin{array}{l} -4 \\ 0 \end{array}$$

عدد لا نهائي من الحلول

متوافق غير مستقل



حل كل نظام من أنظمة المعادلات باستخدام التعويض.

$$9y + 3x = 18 \quad \text{--- (1)}$$

$$-3y - x = -6 \quad \text{--- (2)}$$

$$-3y + 6 = x \quad \text{--- (3)}$$

تعويض (3) في (1)

$$9y + 3(-3y + 6) = 18$$

$$9y - 9y + 18 = 18$$

$$0 + 18 = 18$$

$$18 = 18 \quad \text{صحيحة}$$

الحل: هناك عدد لا نهائي من الحلول

$$5x - 20y = 70 \quad \text{--- (1)}$$

$$6x + 5y = -32 \quad \text{--- (2)}$$

$$x - 4y = 14 \quad \text{(1) } \div 5$$

$$x = 14 + 4y \quad \text{--- (3)}$$

تعويض (3) في (2)

$$6(14 + 4y) + 5y = -32$$

$$84 + 24y + 5y = -32$$

$$29y = -32 - 84$$

$$29y = -116$$

$$y = \frac{-116}{29}$$

$$y = -4$$

تعويض y في (3)

$$x = 14 + 4(-4)$$

$$x = 14 - 16$$

$$x = -2$$

الحل $(-2, -4)$

$$-4x - 16y = -96 \quad \text{--- (1)}$$

$$7x + 3y = 68 \quad \text{--- (2)}$$

$$x + 4y = 24 \quad \text{(1) } \div (-4)$$

$$x = 24 - 4y \quad \text{--- (3)}$$

تعويض (3) في (2)

$$7(24 - 4y) + 3y = 68$$

$$168 - 28y + 3y = 68$$

$$-25y = 68 - 168$$

$$-25y = -100$$

$$y = \frac{-100}{-25}$$

$$y = 4$$

تعويض y في (3)

$$x = 24 - 4(4)$$

$$x = 24 - 16$$

$$x = 8$$

الحل $(8, 4)$



حل كل نظام من أنظمة المعادلات باستخدام الحذف.

$$8x + y = 27 \rightarrow \textcircled{1} \times -4$$

$$-3x + 4y = 3 \rightarrow \textcircled{2}$$

$$-32x - 4y = -108 \rightarrow \textcircled{3}$$

أجمع (3), (2)

$$-35x = -105$$

$$x = \frac{-105}{-35}$$

$$x = \boxed{3} \rightarrow$$

نعوض x في (1)

$$8(3) + y = 27$$

$$24 + y = 27$$

$$y = 27 - 24$$

$$\boxed{y = 3}$$

الحل (3, 3)

$$5x6d + 5f = -32 \rightarrow \textcircled{1}$$

$$-6x5d - 9f = 26$$

$$30d + 25f = -160 \rightarrow \textcircled{1}$$

$$-30d + 54f = -156 \rightarrow \textcircled{2}$$

(2) + (1)

$$79f = -316$$

$$f = \frac{-316}{79}$$

$$\boxed{f = -4}$$

نعوض f في (1)

$$6d + 5(-4) = -32$$

$$6d - 20 = -32$$

$$6d = -32 + 20$$

$$6d = -12$$

$$d = \frac{-12}{6}$$

$$\boxed{d = -2}$$

الحل (d, f)
(-2, -4)

$$11u = 5v + 35 \rightarrow \textcircled{I}$$

$$8v = -6u + 62 \rightarrow \textcircled{II}$$

$$8 \times 11u - 5v = 35 \rightarrow \textcircled{1}$$

$$5 \times 6u + 8v = 62 \rightarrow \textcircled{2}$$

$$88u - 40v = 280 \rightarrow \textcircled{1}''$$

$$30u + 40v = 310 \rightarrow \textcircled{2}''$$

(2)'' + (1)''

$$118u = 590$$

$$\Rightarrow u = \frac{590}{118}$$

$$\boxed{u = 5}$$

نعوض u في (II)

$$8v = -6(5) + 62$$

$$8v = -30 + 62$$

$$8v = 32$$

$$v = \frac{32}{8} = \boxed{4}$$

الحل (u, v)
(5, 4)



التنس في أحد المنتزهات، هناك 38 شخص يلعبون التنس. البعض يلعب مباراة زوجية، والبعض يلعب مباراة فردية. وتجرى 13 مباراة. حيث تتطلب المباراة الزوجية 4 لاعبين، وتتطلب المباراة الفردية اثنين من اللاعبين.

عدد المباريات الفردية x

عدد المباريات الزوجية y

a. اكتب نظاما من معادلتين يمثل عدد المباريات الفردية والزوجية التي يجري لعبها.

$$\begin{aligned} -2x + y &= 13 \rightarrow (1) \\ 2x + 4y &= 38 \rightarrow (2) \end{aligned}$$

b. ما عدد المباريات المقامة من كل نوع؟

$$-2x - 2y = -26 \quad \leftarrow (1) \times -2 \quad (3)$$

$$2x + 4y = 38 \rightarrow (2)$$

$$\leftarrow (2) + (3)$$

$$2y = 12$$

$$y = \frac{12}{2}$$

$$y = 6$$

أعوض y في (1)

$$x + 6 = 13$$

$$x = 13 - 6$$

$$x = 7$$

عدد المباريات الفردية $x \leftarrow 7$ مباريات

عدد المباريات الزوجية $y \leftarrow 6$ مباريات



ورقة عمل الصف الحادي عشر 3-2 حل أنظمة المتباينات بالتمثيل البياني الاسم: _____

خط أفقي $y = k$
خط رأسي $x = k$

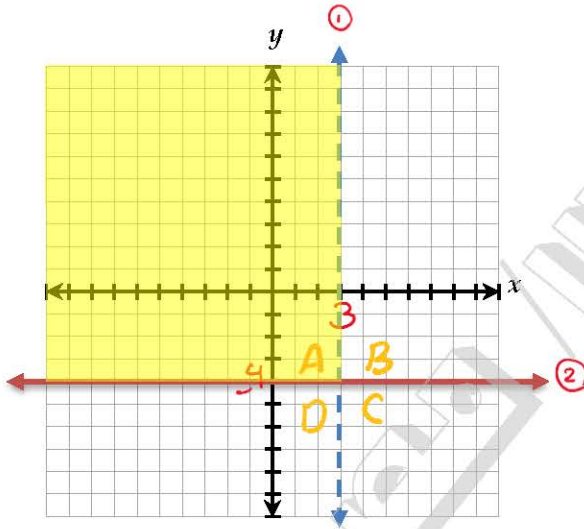
1- إيجاد حل أنظمة المتباينات بالتمثيل البياني.

في هذا الدرس سوف نتعلم:

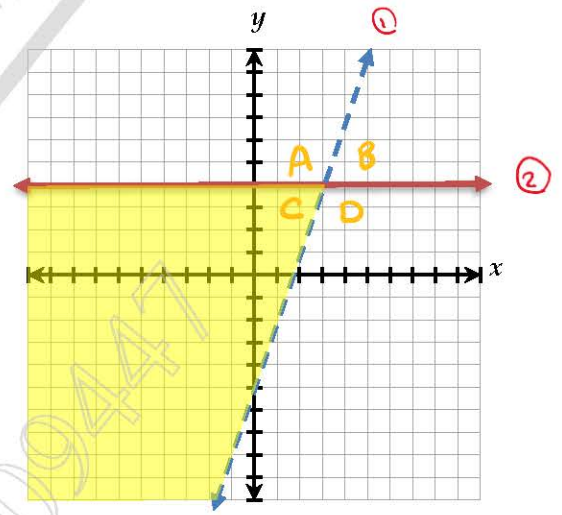
2- تحديد إحداثيات رؤوس المنطقة التي شكلها التمثيل البياني لنظام متباينات.

حل كل نظام من أنظمة المتباينات عن طريق التمثيل البياني.

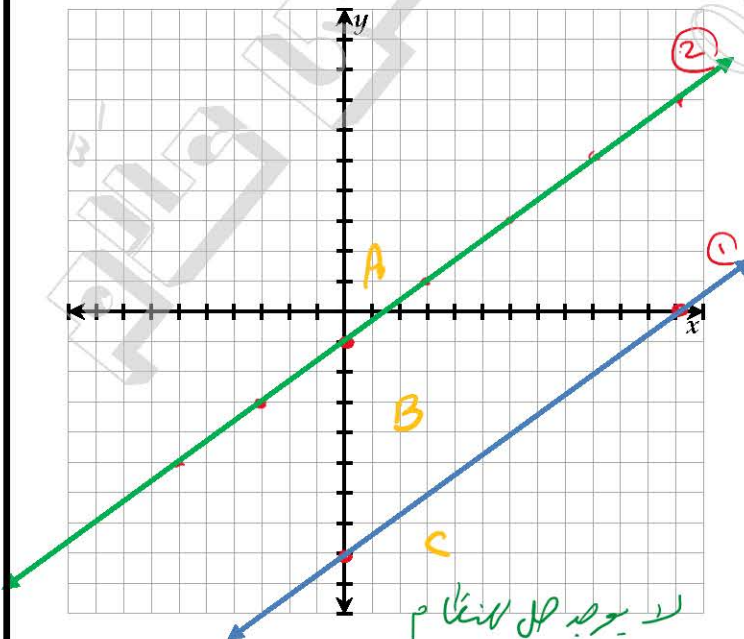
$x < 3$ ① → A, D
 $y \geq -4$ ② → A, B



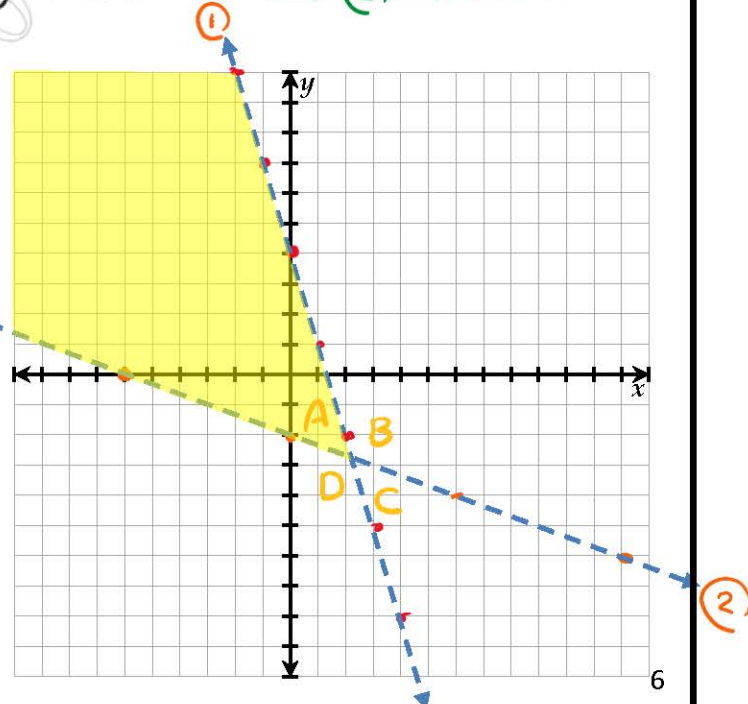
$y > 3x - 5$ ① → A, C
 $y \leq 4$ ② → D, C



① $3y - 2x \leq -24$ C → $\begin{array}{c|c|c} x & 0 & 12 \\ \hline y & -8 & 0 \end{array}$
② $y \geq \frac{2}{3}x - 1$ A



$y < -3x + 4$ ① → A, D
 $3y + x > -6$ ② → A, B





جد إحداثيات رؤوس المثلث الذي يتكوّن من كل نظام متباينات.

$$y \geq 3x - 7 \rightarrow \textcircled{1} \longrightarrow A, B, E, D$$

$$y \leq 8 \rightarrow \textcircled{2} \longrightarrow D, E, F, G$$

$$x + y > 1 \rightarrow \textcircled{3} \longrightarrow B, C, E, F$$

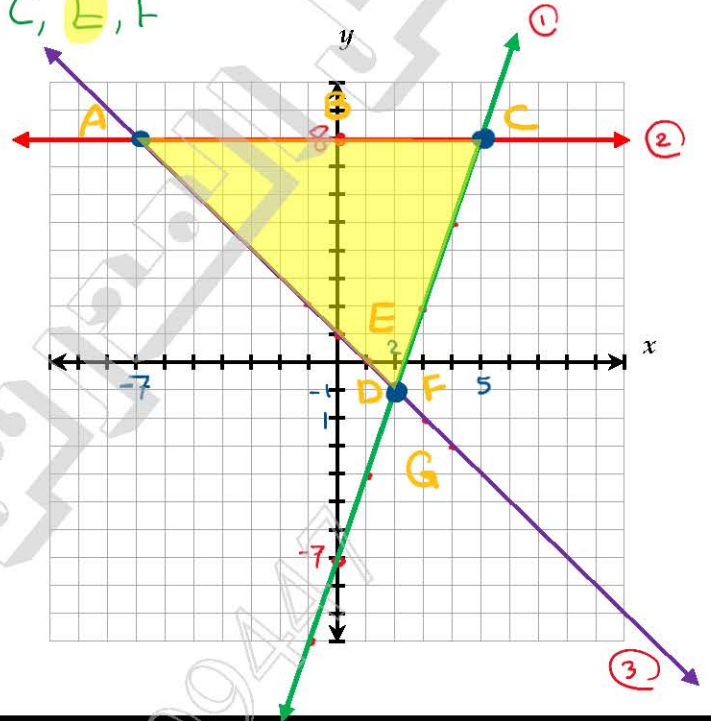
$$\begin{array}{c|c|c} x & 0 & 1 \\ \hline y & 1 & 0 \end{array}$$

إحداثيات الرؤوس

$$(2, -1)$$

$$(5, 8)$$

$$(-7, 8)$$



$$6y - 24x \geq -168 \rightarrow \textcircled{1} A, B, D, E$$

$$8y + 7x > 10 \rightarrow \textcircled{2} B, C, E, F$$

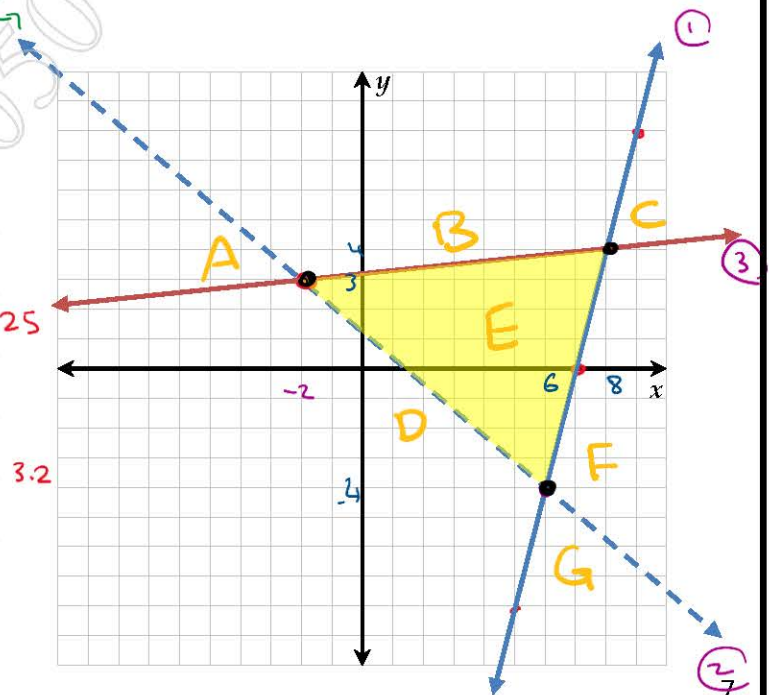
$$20y - 2x \leq 64 \rightarrow \textcircled{3} D, E, F, G$$

$$\textcircled{1} \begin{array}{c|c|c} x & 6 & 7 \\ \hline y & -4 & 0 \end{array}$$

$$\textcircled{2} \begin{array}{c|c|c} x & 6 & -2 \\ \hline y & -4 & 3 \end{array} \quad y > -\frac{7}{8}x + 1.25$$

$$\textcircled{3} \begin{array}{c|c|c} x & 8 & -2 \\ \hline y & 4 & \end{array} \quad y \leq \frac{1}{10}x + 3.2$$

الرؤوس $(-2, 3), (8, 4), (6, -4)$





جد إحداثيات رؤوس المثلث الذي يتكوّن من كل نظام متباينات.

$$-3x + 4y \leq 15 \rightarrow (1) \quad F, E, D, G$$

$$2y + 5x > -12 \rightarrow (2) \quad B, D, C, E$$

$$10y + 60 \geq 27x \rightarrow (3) \quad A, B, D, F$$

$$(1) \quad y \leq \frac{15}{4} + \frac{3}{4}x \quad \begin{array}{c|c|c} x & 3 & \\ \hline y & 6 & \end{array}$$

$$(2) \quad y > -6 - \frac{5}{2}x$$

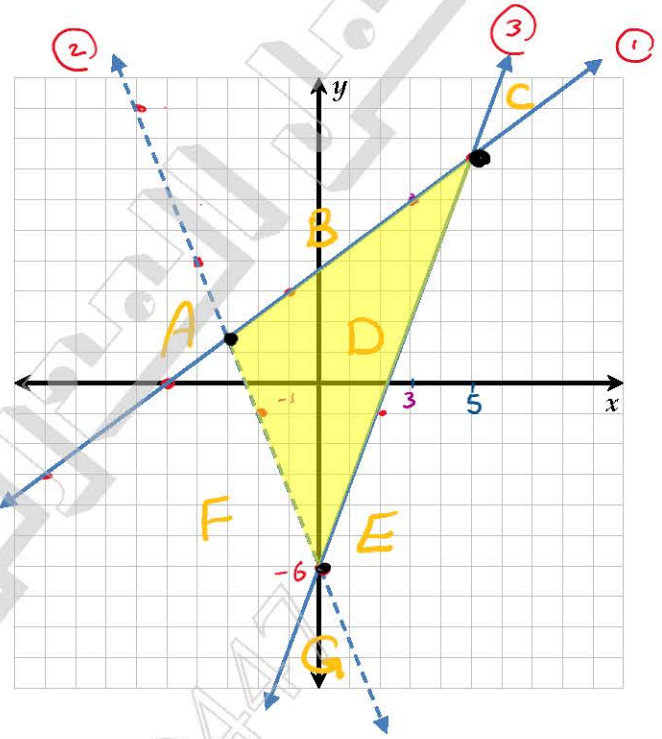
$$(3) \quad y \geq \frac{27x}{10} - 6$$

$$(5, 7.5)$$

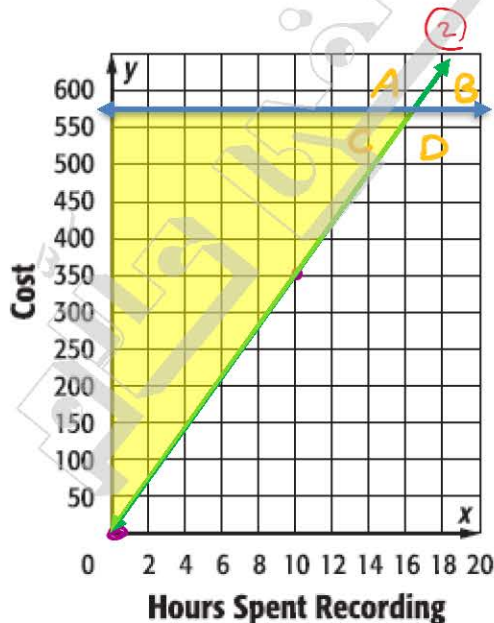
$$(-3, 1.5)$$

$$(0, 6)$$

الرؤوس



التسجيل يريد كاتب أن ينفق ما لا يزيد عن 575 درهماً لتسجيل أول كتاب صوتي له. ويتقاضى الاستوديو 35 درهماً في الساعة على الأقل للتسجيل. مثل نظام متباينات بيانياً لتمثيل هذه الحالة.



$$y \leq 575 \rightarrow (1) \quad C, D$$

$$y \geq 35x \rightarrow (2) \quad A, C$$

$$\begin{array}{c|c|c} x & 0 & 10 \\ \hline y & 0 & 350 \end{array}$$



ورقة عمل الصف الحادي عشر 3-3 إيجاد الحل الأمثل بالبرمجة الخطية الاسم: _____

1- إيجاد القيمة العظمى والقيمة الصغرى للدالة على منطقة.

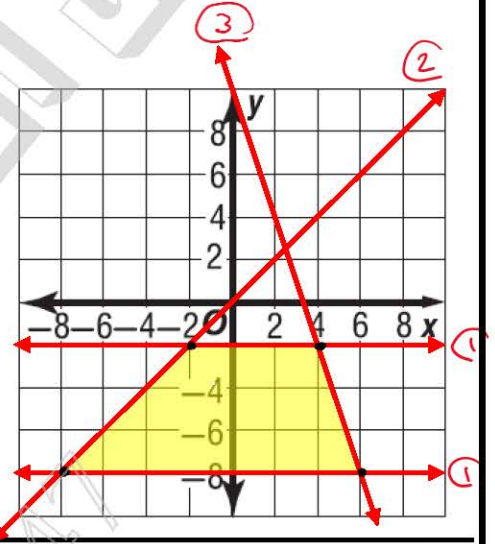
في هذا الدرس سوف نتعلم:

2- حل مسائل من الحياة اليومية حول إيجاد الحل الأمثل باستخدام البرمجة الخطية.

مثّل كل نظام متباينات بيانيًا. وعيّن إحداثيات رؤوس منطقة الحلول الممكنة. وجد القيمة العظمى والصغرى للدالة المعطاة لهذه المنطقة.

$-8 \leq y \leq -2$ → ①
 $y \leq x$ → ②
 $y \leq -3x + 10$ → ③
 $f(x, y) = 5x + 14y$

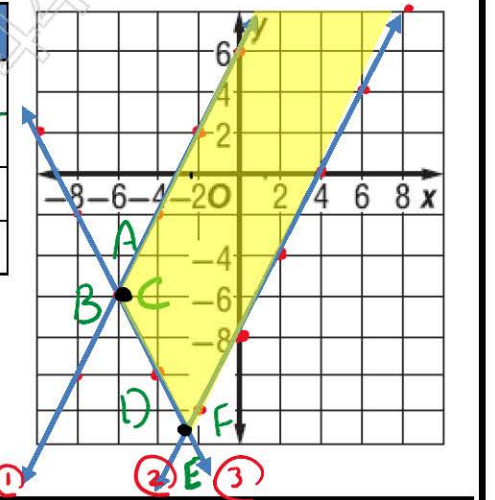
الرؤوس	$f(x, y)$
(4, -2)	$5(4) + 14(-2) = -8$
(-2, -2)	$5(-2) + 14(-2) = -38$
(-8, -8)	$5(-8) + 14(-8) = -184$
(6, -8)	$5(6) + 14(-8) = -82$



القيمة العظمى -8 عند (4, -2)
القيمة الصغرى -184 عند (-8, -8)

$y \leq 2x + 6$ → ①
 $y \geq 2x - 8$ → ②
 $y \geq -2x - 18$ → ③
 $f(x, y) = 5x - 4y$

الرؤوس	$f(x, y)$
(-6, -6)	$5(-6) - 4(-6) = -6$
(-2.5, -13)	$5(-2.5) - 4(-13) = 39.5$
(2, 6)	$5(2) - 4(6) = -14$

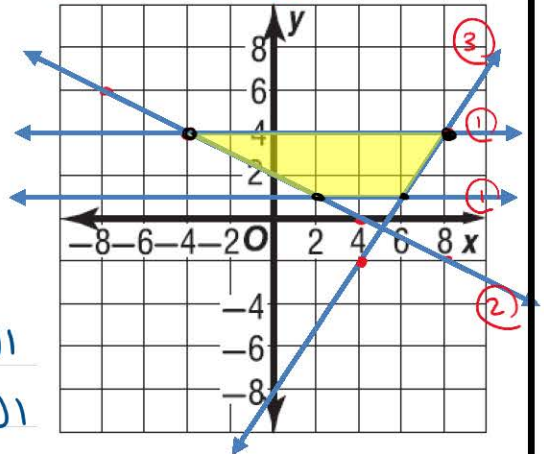


نقلاً بحريّة

-6 ليست ضمن ← ليس للدالة قيمة صغرى
لأنه الدالة قيمة عظمى فقط = 39.5 عند (-2.5, -13)

$1 \leq y \leq 4$ → ①
 $4y - 6x \geq -32$ → ②
 $2y \geq -x + 4$ → ③
 $f(x, y) = -6x + 3y$

الرؤوس	$f(x, y)$
(8, 4)	$-6(8) + 3(4) = -36$
(-4, 4)	$-6(-4) + 3(4) = 36$
(2, 1)	$-6(2) + 3(1) = -9$
(6, 1)	$-6(6) + 3(1) = -33$



② $y \geq \frac{6}{4}x - 8$
③ $y \geq -\frac{1}{2}x + 2$

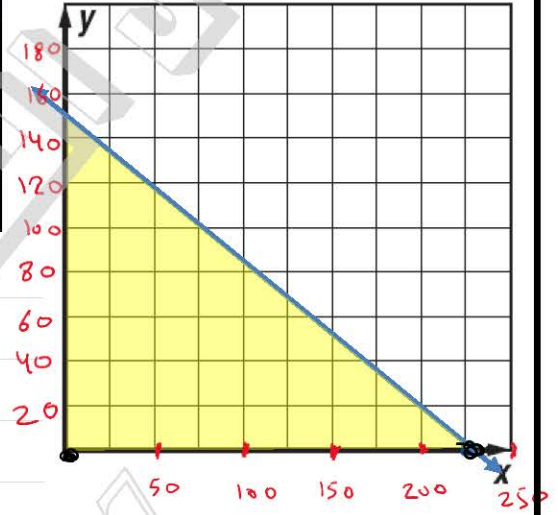
القيمة العظمى هي 36 عند (-4, 4)
القيمة الصغرى هي -36 عند (8, 4)



الطبخ يصنع مخبزنوعين من الكعك: الكعك الأصفر، الذي يبلغ سعره 25 درهماً، وكعكة الفراولة، الذي يبلغ سعرها 35 درهماً. وكل من الكعكتين لهما نفس الحجم، ولكن وقت التزوين والتجميع المطلوب للكعكة الصفراء يبلغ ساعتين، في حين يبلغ هذا الوقت 3 ساعات

$x \Rightarrow$ أصفر
 $y \Rightarrow$ الفراولة
 $2x + 3y \leq 450$

الرؤوس	الإيراد $f(x, y)$
(0, 0)	$25(0) + 35(0) = 0$
(0, 150)	$25(0) + 35(150) = 5250$
(225, 0)	$25(225) + 35(0) = 5625$



$f(x, y) = 25x + 35y \Rightarrow$ الإيراد

أعلى إيراد هو 5625 درهم وذلك عند صنع 225 كعكة صفراء وعدم صنع كعك بالفراولة.

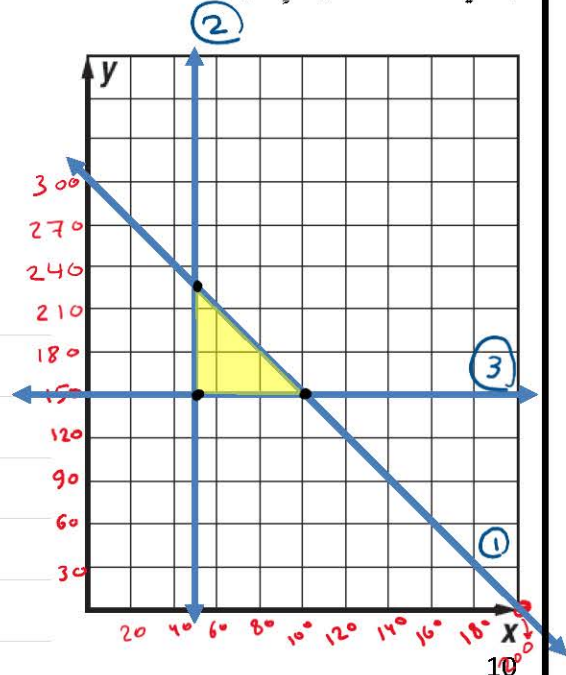
الأعمال تقوم مديرة إحدى وكالات السفر بطباعة كتيبات ومنشورات للإعلان عن خصومات خاصة على أماكن لقضاء العطلات خلال أشهر الصيف. وتتكلف طباعة كل كتيب 0.08 درهم، وطباعة كل منشور 0.04 درهم. ويتطلب كل كتيب 3 صفحات، بينما يتطلب كل منشور صفحتين. والمديرة لا ترغب في استخدام أكثر من 600 صفحة، وهي تحتاج إلى 50 كتيبًا و 150 منشورًا على الأقل. فما العدد الذي ينبغي أن تطبعه من كل منهما لتقليل التكلفة؟

$x \rightarrow$ كتيب
 $y \rightarrow$ منشور
 $3x + 2y \leq 600$

الرؤوس	$f(x, y)$
(100, 150)	$0.08(100) + 0.04(150) = 14$
(50, 150)	$0.08(50) + 0.04(150) = 10$
(50, 225)	$0.08(50) + 0.04(225) = 13$

① $3x + 2y \leq 600$
② $x \geq 50$
③ $y \geq 150$

دالة التكلفة $\Rightarrow f(x, y) = 0.08x + 0.04y$



أقل تكلفة هي 10 درهم عندما تطبع 50 كتيب و 150 منشور.



الاسم: _____

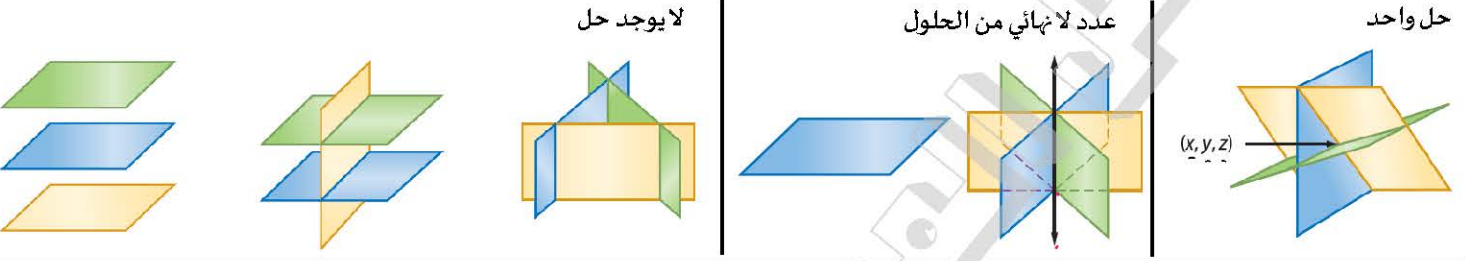
3-4 أنظمة المعادلات بثلاثة متغيرات

ورقة عمل الصف الحادي عشر

1- حل أنظمة المعادلات الخطية بثلاثة متغيرات.

2- حل مسائل من الحياة اليومية باستخدام أنظمة المعادلات الخطية بثلاثة متغيرات.

في هذا الدرس سوف نتعلم:



حل أنظمة المعادلات التالية:

$$\begin{aligned} 2x - y + z &= 1 \quad \text{--- (1)} \\ x + 2y - 4z &= 3 \quad \text{--- (2)} \\ 4x + 3y - 7z &= -8 \quad \text{--- (3)} \end{aligned}$$

$$\textcircled{1} \times 2 \Rightarrow 4x - 2y + 2z = 2 \rightarrow \textcircled{4}$$

$$x + 2y - 4z = 3 \rightarrow \textcircled{2}$$

$$\textcircled{2} + \textcircled{4} \Rightarrow 5x - 2z = 5 \rightarrow \textcircled{5}$$

$$\textcircled{1} \times 3 \Rightarrow 6x - 3y + 3z = 3 \rightarrow \textcircled{6}$$

$$4x + 3y - 7z = -8 \rightarrow \textcircled{3}$$

$$\textcircled{6} + \textcircled{3} \Rightarrow 10x - 4z = -5 \rightarrow \textcircled{7}$$

نحل (5) و (7) معاً

$$\textcircled{5} \times 2 \Rightarrow -10x + 4z = -10 \rightarrow \textcircled{8}$$

$$10x - 4z = -5 \rightarrow \textcircled{7}$$

$$\textcircled{8} + \textcircled{7} \Rightarrow 0 = -15$$

هذه المعادلة غير صحيحة

وبالتالي ليس للنظام حل

$$\text{الحل} = \phi$$

$$4x + 2y + 6z = 13 \quad \text{--- (1)}$$

$$-12x + 3y - 5z = 8 \quad \text{--- (2)}$$

$$-4x + 7y + 7z = 34 \quad \text{--- (3)}$$

$$\textcircled{1} \times 3 \Rightarrow 12x + 6y + 18z = 39 \rightarrow \textcircled{4}$$

$$-12x + 3y - 5z = 8 \rightarrow \textcircled{2}$$

$$\textcircled{4} + \textcircled{2} \Rightarrow 9y + 13z = 47 \rightarrow \textcircled{5}$$

$$\textcircled{1} + \textcircled{3} \Rightarrow 9y + 13z = 47 \rightarrow \textcircled{6}$$

$$\textcircled{5} - \textcircled{6} \Rightarrow 0 = 0$$

$$0 = 0$$

هذه المعادلة صحيحة

وبالتالي يوجد عدد لا نهائي من الحلول

لنظام المعادلات



حل أنظمة المعادلات التالية:

$$-5x + y - 4z = 60 \quad \text{--- (1)}$$

$$2x + 4y + 3z = -12 \quad \text{--- (2)}$$

$$6x - 3y - 2z = -52 \quad \text{--- (3)}$$

$$\textcircled{1} \times 4 \Rightarrow 20x - 4y + 16z = -240 \rightarrow \textcircled{4}$$

$$2x + 4y + 3z = -12 \rightarrow \textcircled{2}$$

$$\textcircled{2} + \textcircled{4} \Rightarrow 22x + 19z = -252 \rightarrow \textcircled{5}$$

$$\textcircled{1} \times 3 \Rightarrow -15x + 3y - 12z = 180 \rightarrow \textcircled{6}$$

$$6x - 3y - 2z = -52 \rightarrow \textcircled{3}$$

$$\textcircled{6} + \textcircled{3} \Rightarrow -9x - 14z = 128 \rightarrow \textcircled{7}$$

حل (5) ، (7) معًا

$$\textcircled{5} \times 14 \Rightarrow 308x + 266z = -3528 \rightarrow \textcircled{8}$$

$$\textcircled{7} \times 19 \Rightarrow -171x - 266z = 2432 \rightarrow \textcircled{9}$$

$$\textcircled{8} + \textcircled{9} \Rightarrow 137x = -1096$$

$$x = \frac{-1096}{137} = -8$$

نعوض (5) في (2) $x = -8$

$$22(-8) + 19z = -252$$

$$\Rightarrow z = \frac{-252 - 22(-8)}{19} = -4$$

نعوض (1) في (1) $z = -4$ ، $x = -8$

$$-5(-8) + y - 4(-4) = 60$$

$$40 + y + 16 = 60 \Rightarrow y = 4$$

$$\Rightarrow \text{الحل} = (-8, 4, -4)$$

الاستنتاج المنطقي يرسل إليك صديق رسالة بريد إلكتروني بها نتائج لقاء سباحة. تنص رسالة البريد الإلكتروني على أن 24 فردًا أحرزوا مراكز، حاصلين على إجمالي 53 نقطة. حصل المركز الأول 3 نقاط والمركز الثاني نقطتين والمركز الثالث نقطة واحدة. كان عدد محززي المركز الأول يساوي عدد محززي المركز الثاني والثالث مجتمعين.

$x \rightarrow$ عدد الحاصلين على المركز الأول

$y \rightarrow$ عدد الحاصلين على المركز الثاني

$z \rightarrow$ عدد الحاصلين على المركز الثالث

a. اكتب نظامًا من ثلاث معادلات يمثل عدد الأشخاص أحرزوا كل مركز.

b. كم عدد السباحين في المركز الأول والثاني والثالث؟

c. افترض أن رسالة البريد الإلكتروني نصت على أن الرياضيين حصلوا على إجمالي 47 نقطة مجتمعين. اشرح سبب كون هذه العبارة خاطئة والحل غير منطقي.

$$x + y + z = 24 \rightarrow \textcircled{1}$$

$$3x + 2y + z = 53 \rightarrow \textcircled{2}$$

$$x = y + z \rightarrow \textcircled{3}$$

$$\textcircled{3} \text{ تعويض } x - y - z = 0 \rightarrow \textcircled{4}$$

$$\textcircled{1} + \textcircled{4} \quad 2x = 24$$

$$x = \frac{24}{2}$$

$$x = 12$$

$$\textcircled{2} - \textcircled{1} \rightarrow 2x + y = 29 \rightarrow \textcircled{5}$$

نعوض (5) في (3) $x = 12$

$$2(12) + y = 29$$

$$y = 29 - 24$$

$$y = 5$$

نعوض (3) في (3) $y = 5$ ، $x = 12$

$$12 = 5 + z$$

$$z = 12 - 5 \Rightarrow z = 7$$

عدد الحاصلين على المركز الأول $x = 12$

عدد الحاصلين على المركز الثاني $y = 5$

عدد الحاصلين على المركز الثالث $z = 7$



الاسم: _____

3-5 المصفوفات

ورقة عمل الصف الحادي عشر

1- التعرف على مفاهيم "المصفوفات". 2- التعرف على خاصية "تساوي مصفوفتين".

في هذا الدرس سوف نتعلم:

المصفوفة: هي مجموعة مستطيلة من المتغيرات أو الثوابت في صفوف وأعمدة، عادة ما تكون محاطة بين قوسين. وفي المصفوفة، تكون الأعداد أو البيانات مرتبة بحيث يكون لكل موضع في المصفوفة غرض. ويطلق على كل قيمة في المصفوفة اسم **عنصر** أو **مدخلة**. وتسمى المصفوفة عادة باستخدام حرف كبير.

يمكن وصف المصفوفة بواسطة **أبعادها**. المصفوفة التي تحتوي على m صفوف و n أعمدة هي مصفوفة $m \times n$.

يقال إن **مصفوفتين متساويتان** إذا و فقط إذا كانت لهما الأبعاد نفسها وكانت مدخلاتهما المتناظرة متساوية.

حدد أبعاد كل مصفوفة.

$$A = \begin{bmatrix} 6 & -1 & 5 \\ -2 & 3 & -4 \end{bmatrix}$$

أبعاد المصفوفة: 2×3

$$a_{21} = -2$$

$$F = \begin{bmatrix} 7 \\ 8 \\ 9 \end{bmatrix}$$

أبعاد المصفوفة: 3×1

$$f_{31} = 9$$

$$D = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 8 \\ 6 & 2 & 4 \\ 1 & 3 & 6 \\ 5 & 9 & 2 \end{bmatrix}$$

أبعاد المصفوفة: 4×3

$$d_{23} = 4$$

$$H = \begin{bmatrix} 17 & -2 & 8 & -9 & 6 \\ 5 & 11 & 20 & -1 & 4 \end{bmatrix}$$

أبعاد المصفوفة: 2×5

$$h_{13} = 8$$

اكتب مثالا لكل نوع من أنواع المصفوفات الآتية

c. المصفوفة مربعة بعدها 4×4

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 & 3 \\ 5 & -2 & 3 & 6 \\ 4 & 1 & 0 & -5 \\ 3 & 7 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

b. مصفوفة العمود

$$\begin{bmatrix} 4 \\ 0 \\ 3 \\ 5 \end{bmatrix}$$

a. مصفوفة الصف

$$[3 \ 4 \ 6 \ 1]$$

حلل البيانات في المصفوفة لخص مدرس المدرسة عدد العدائين لهذا العام في الجدول.

مضمار	ريفي	عداؤو المسافات الطويلة
19	17	البنات
22	15	الفتيان

$$\begin{bmatrix} 19 & 17 \\ 22 & 15 \end{bmatrix}$$

a. رتب البيانات في مصفوفة.

$$\begin{bmatrix} 36 \\ 37 \end{bmatrix}$$

b. اجمع عناصر كل صف وفسر النتائج.

$$[41 \ 32]$$

c. اجمع عناصر كل عمود وفسر النتائج.

أوجد قيمة a و b و c إذا كانت المصفوفتان التاليتان متساويتين.

$$\begin{bmatrix} a+3 & -1 \\ 4 & 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 & b \\ c-3 & 5 \end{bmatrix}$$

$$a+3 = 6$$

$$a = 6 - 3$$

$$a = 3$$

$$b = 1$$

$$c - 3 = 4$$

$$c = 4 + 3$$

$$c = 7$$



ورقة عمل الصف الحادي عشر

3-6 العمليات على المصفوفات

الاسم: _____

في هذا الدرس سوف أتعلم:

1- تحليل البيانات في المصفوفات. 2- إجراء عمليات جبرية على المصفوفات.

الأحذية صنعت شركة خدمات المستهلك عدة أزواج من الأحذية من حيث التكلفة ومستوى الراحة والمظهر وطول العمر باستخدام مقياس من 1-5، بحيث يكون 1 منخفض و5 مرتفع.

a. اكتب مصفوفة 4×4 لترتيب هذه المعلومات.

b. أي حذاء ستشتري وفق هذه المعلومات، ولماذا؟

c. هل إيجاد مجموع الصفوف أو الأعمدة يقدم أي معلومات مفيدة؟ اشرح استنتاجك.

العلامة التجارية	التكلفة	الراحة	المظهر	طول العمر
A	3	2	2	1
B	4	3	2	3
C	5	5	4	4
D	1	5	5	2

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 4 & 5 & 5 \\ 5 & 5 & 5 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{a}$$

b الحذاء (C) لأنه أفضل في التكلفة والراحة والطول والعمر
c نعم، جمع الصفوف ثم حساب المتوسط يعطي درجة زوايية لكل علامة تجارية فيسهل المقارنة بين العلامات التجارية.

قم بإجراء العمليات الموضحة. إذا كانت المصفوفة غير موجودة، اكتب مستحيلة.

$$\begin{bmatrix} 12 & -5 \\ -8 & -3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -6 & 11 \\ -7 & 2 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 9 & 5 \\ -2 & 16 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -6 & -3 & 7 \\ 12 & 2 & -4 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 5 & 13 & -6 \\ 3 & -17 & 2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -2 & -18 & 8 \\ 2 & -11 & 0 \end{bmatrix}$$

مستحيل لأن رتبة (البعاد) المصفوفتين مختلفة.

$$\begin{bmatrix} 6 & 6 \\ -15 & -1 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 3 & 31 & -14 \\ 1 & -6 & 2 \end{bmatrix}$$

قم بإجراء العمليات الموضحة. إذا كانت المصفوفة غير موجودة، فاكتب مستحيلة.

$$3 \begin{bmatrix} 6 & 4 & 0 \\ -2 & 14 & -8 \\ -4 & -6 & 7 \end{bmatrix} \quad -6 \begin{bmatrix} 15 & -9 & 2 & 3 \\ 6 & -11 & 14 & -2 \\ 4 & -8 & -10 & 27 \end{bmatrix}$$
$$\begin{bmatrix} 18 & 12 & 0 \\ -6 & 42 & -24 \\ -12 & -18 & 21 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} -90 & 54 & -12 & -18 \\ -36 & 66 & -84 & 12 \\ -24 & 48 & 60 & -162 \end{bmatrix}$$



استخدم المصفوفات A و B و C و D لإيجاد التالي.

$$A = \begin{bmatrix} 6 & -4 \\ 3 & -5 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 8 & -1 \\ -2 & 7 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} -4 & -6 \\ 12 & -7 \end{bmatrix}$$

$$D = \begin{bmatrix} 9 & 6 & 0 \\ -2 & 8 & 0 \end{bmatrix}$$

$$-5B - 2D = -5 \begin{bmatrix} 8 & -1 \\ -2 & 7 \end{bmatrix} - 2 \begin{bmatrix} 9 & 6 & 0 \\ -2 & 8 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -40 & 5 \\ 10 & -35 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 18 & 12 & 0 \\ -4 & 16 & 0 \end{bmatrix}$$

← مستحيل لأن أبعاد المصفوفتين مختلفة.

$$-8C + 3A = -8 \begin{bmatrix} -4 & -6 \\ 12 & -7 \end{bmatrix} + 3 \begin{bmatrix} 6 & -4 \\ 3 & -5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 32 & 48 \\ -96 & 56 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 18 & -12 \\ 9 & -15 \end{bmatrix}$$
$$= \begin{bmatrix} 50 & 36 \\ -87 & 41 \end{bmatrix}$$

الدرجات خضع سلطان وطارق وعبدالله إلى اختبارين في صف الرياضيات الخاص بهم. يوضح الجدول درجات الاختبار لكل طالب.

الطالب	اختبار 1	اختبار 2
سلطان	85	72
طارق	75	74
عبدالله	96	83

a. اكتب مصفوفة من المعلومات المستقاة من كل اختبار.

b. أوجد مجموع الدرجات من الاختبارين المعبر عنهما في شكل مصفوفة.

c. عبر عن الفرق في الدرجات من الاختبار 1 إلى الاختبار 2 في شكل مصفوفة.

$$\text{اختبار (1)} = \begin{bmatrix} 85 \\ 75 \\ 96 \end{bmatrix}, \quad \text{اختبار (2)} = \begin{bmatrix} 72 \\ 74 \\ 83 \end{bmatrix} \quad \text{a)}$$

$$\begin{bmatrix} 85 \\ 75 \\ 96 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 72 \\ 74 \\ 83 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 157 \\ 149 \\ 179 \end{bmatrix} \quad \text{b)}$$

$$\begin{bmatrix} 85 \\ 75 \\ 96 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 72 \\ 74 \\ 83 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 13 \\ 1 \\ 13 \end{bmatrix} \quad \text{c)}$$



الاسم: _____

3-7 ضرب المصفوفات

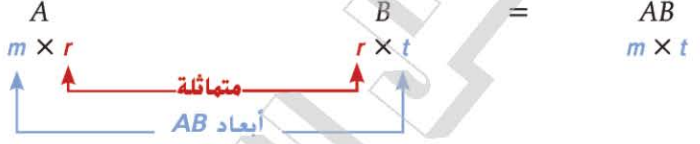
ورقة عمل الصف الحاد عشر

2- استخدام خصائص ضرب المصفوفة.

1- ضرب المصفوفات.

في هذا الدرس سوف أتعلم:

$$\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} e & f \\ g & h \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ae + bg & af + bh \\ ce + dg & cf + dh \end{bmatrix} = AB$$



حدد ما إذا كان كل ناتج ضرب المصفوفتين معرّفًا أم لا، إذا كان الأمر كذلك، حدد أبعاد ناتج الضرب.

$$A_{2 \times 4} \cdot B_{4 \times 3}$$

نعم، لأن الأبعاد الداخلة متساوية.

$$أبعاد الناتج 2 \times 3$$

$$C_{5 \times 4} \cdot D_{5 \times 4}$$

لا، الأبعاد الداخلة غير متساوية.

$$E_{8 \times 6} \cdot F_{6 \times 10}$$

نعم، الأبعاد الداخلة متساوية.

$$أبعاد الناتج 8 \times 10$$

جد كل ناتج ضرب، إن أمكن.

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 7 & -5 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -6 & 3 \\ -2 & -4 \end{bmatrix}$$

2×2 2×2

$$= \begin{bmatrix} -6(2) + (-2)(1) & 3(2) + (-4)(1) \\ -6(7) + (-2)(-5) & 3(7) + (-4)(-5) \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -14 & 2 \\ -32 & 41 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 10 & -2 \\ -7 & 3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 5 & -2 \end{bmatrix}$$

2×2 2×2

$$= \begin{bmatrix} 1(10) + 5(-2) & 4(10) + (-2)(-2) \\ 1(-7) + 5(3) & 4(-7) + (-2)(3) \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0 & 44 \\ 8 & -34 \end{bmatrix}$$

$$[9 \quad -2] \cdot \begin{bmatrix} -2 & 4 \\ 6 & -7 \end{bmatrix}$$

1×2 2×2

$$= [-2(9) + 6(-2) \quad 4(9) - 7(-2)]$$

$$= [-30 \quad 50]$$

$$\begin{bmatrix} -9 \\ 6 \end{bmatrix} \cdot [-1 \quad -10 \quad 1]$$

2×1 1×3

$$= \begin{bmatrix} -1(-9) & -10(-9) & 1(-9) \\ -1(6) & -10(6) & 1(6) \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 9 & 90 & -9 \\ -6 & -60 & 6 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} -8 & 7 & 4 \\ -5 & -3 & 8 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 10 & 6 \\ 8 & 4 \end{bmatrix}$$

2×3 \neq 2×2

لا يمكن، لأن الأبعاد الداخلة مختلفة.



صالة ألعاب رياضية		
التهريبات الهوائية بالدرج	التهريبات الهوائية	طريقة الدفع
28	35	حصة بحصة
17	32	قسمة حضور 11 حصة
12	18	قسمة حضور غير محدود

الاستنتاج المنطقي الجدول يوضح أعداد الأشخاص المسجلين للتهريبات الهوائية للربع الأول.

تفرض صالة ألعاب رياضية رسوم التسجيل التالية: حصة بحصة، AED165؛ جواز حضور 11 حصة، AED110؛ جواز حضور غير محدود، AED 239.

a. اكتب مصفوفة لرسوم التسجيل ومصفوفة لعدد الطلاب.

b. جد إجمالي المبلغ المالي الذي تلقته القاعة الرياضية من عمليات التسجيل للتهريبات الهوائية والتهريبات الهوائية بالدرج.

$$\begin{aligned}
 \text{a)} \quad & \begin{bmatrix} 28 & 35 \\ 17 & 32 \\ 12 & 18 \end{bmatrix} \text{ عدد الطلاب} \\
 & \begin{bmatrix} 165 & 110 & 239 \end{bmatrix} \text{ الرسوم} \\
 \text{b)} \quad & \begin{bmatrix} 165 & 110 & 239 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 28 & 35 \\ 17 & 32 \\ 12 & 18 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 28(165) + 17(110) + 12(239) & 35(165) + 32(110) + 18(239) \end{bmatrix} \\
 & = \begin{bmatrix} 9358 & 13597 \end{bmatrix} \\
 & \text{الإجمالي} = 9358 + 13597 = 22955 \text{ م}
 \end{aligned}$$

استخدم $X = \begin{bmatrix} -10 & -3 \\ 2 & -8 \end{bmatrix}$ و $Y = \begin{bmatrix} -5 & 6 \\ -1 & 9 \end{bmatrix}$ و $Z = \begin{bmatrix} -5 & -1 \\ -8 & -4 \end{bmatrix}$ لتحديد ما إذا كانت

$$XY = YX$$

المعادلتان التاليتان صحيحتين بالنسبة للمصفوفات المعطاة.

$$XY = \begin{bmatrix} -10 & -3 \\ 2 & -8 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -5 & 6 \\ -1 & 9 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -5(-10) - 1(-3) & 6(-10) + 9(-3) \\ -5(2) - 1(-8) & 6(2) + 9(-8) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 53 & -87 \\ -2 & -60 \end{bmatrix}$$

$$YX = \begin{bmatrix} -5 & 6 \\ -1 & 9 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -10 & -3 \\ 2 & -8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -10(-5) + 2(6) & -3(-5) - 8(6) \\ -10(-1) + 2(9) & -3(-1) - 8(9) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 62 & -33 \\ 28 & -69 \end{bmatrix}$$

خاصية التبديل لا تنطبق على هذه المصفوفات $XY \neq YX$

$$X(YZ) = (XY)Z$$

$$X(YZ) = X \left(\begin{bmatrix} -5 & 6 \\ -1 & 9 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -5 & -1 \\ -8 & -4 \end{bmatrix} \right) = X \begin{bmatrix} -23 & -19 \\ -67 & -35 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -10 & -3 \\ 2 & -8 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -23 & -19 \\ -67 & -35 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 431 & 295 \\ 490 & 242 \end{bmatrix}$$

$$(XY)Z = \left(\begin{bmatrix} -10 & -3 \\ 2 & -8 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -5 & 6 \\ -1 & 9 \end{bmatrix} \right) Z = \begin{bmatrix} 53 & -87 \\ -2 & -60 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -5 & -1 \\ -8 & -4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 431 & 295 \\ 490 & 242 \end{bmatrix}$$

خاصية التجميع تنطبق على هذين المصفوفات $X(YZ) = (XY)Z$